

CODE

6

पेपर-1

P1-14-6

1130726

समय : 3 घण्टे

अधिकतम अंक : 180

कृपया निर्देशों को ध्यान से पढ़ें। आपको 5 मिनट विशेष रूप से इस काम के लिए दिया गया है।

### निर्देश

#### A. सामान्य:

- यह पुस्तिका आपका प्रश्न-पत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोड़ें जब तक निरीक्षकों के द्वारा इसका निर्देश न दिया जाये।
- प्रश्न-पत्र का कोड (CODE) इस पृष्ठ के ऊपरी बाएँ कोने और इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर छपा है।
- कच्चे कार्य के लिए खाली पृष्ठ और खाली स्थान इस पुस्तिका में ही हैं। कच्चे कार्य के लिए कोई अतिरिक्त कागज नहीं दिया जायेगा।
- कोरे कागज, विलप बोर्ड, लॉग तालिका, स्लाइड रूल, कैल्कुलेटर, कैमरा, सेलफोन, पेजर और किसी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरण परीक्षा कक्ष में अनुमत नहीं हैं।
- इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिए गए स्थान में अपना नाम और रोल नम्बर लिखिए।
- प्रश्नों के उत्तर और अपनी व्यक्तिगत जानकारियाँ एक ऑप्टीकल रिस्पांस शीट, जो अलग से दिया जाएगा, पर भरी जायेंगी। ओ.आर.एस. समरूप विन्यास वाली ऊपरी और निचली दो शीटों का युग्म है। ऊपरी पृष्ठ मशीन-जाँच्य ऑब्जेक्टिव रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस., ORS) है, जो निरीक्षक द्वारा परीक्षा समाप्ति पर वापस ले ली जायेगी। ऊपरी पृष्ठ इस प्रकार डिजाईन किया गया है कि बुलबुले को पेन से काला करने पर यह निचले पृष्ठ के संगत स्थान पर समरूप निशान छोड़ता है। आप निचले पृष्ठ को परीक्षा समाप्ति पर अपने साथ ले जा सकते हैं। (देखें : पिछले पृष्ठ आवरण पर चित्र-1 वैध उत्तर के लिए बुलबुले को भरने का सही तरीका)
- ऊपरी मूल पृष्ठ के बुलबुलों (BUBBLES) को केवल काले बॉल प्लाइंट कलम से काला करें। इतना दबाव डालें कि निचले झुप्लीकेट पृष्ठ पर निशान बन जाये। (देखें : पिछले पृष्ठ आवरण पर चित्र-1 वैध उत्तर के लिए बुलबुले को भरने का सही तरीका)
- ओ.आर.एस. (ORS) या इस पुस्तिका में हेर-फेर / विकृति न करें।
- इस पुस्तिका की मुहर तोड़ने के पश्चात् कृपया जाँच लें कि इसमें 28 पृष्ठ हैं और सभी 60 प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढ़े जा सकते हैं। सभी खंडों के प्रारंभ में दिये हुए निर्देशों को ध्यान से पढ़ें।

#### B. ओ.आर.एस. (ORS) के दाएँ भाग को भरना

- ओ.आर.एस. के दाएँ और बाएँ भाग में भी कोड छपे हुए हैं।
- सुनिश्चित करें कि ओ.आर.एस. (बाएँ और दाएँ दोनों भागों) पर छपा कोड इस पुस्तिका पर छपे कोड के समान ही है और निर्दिष्ट बॉक्स R4 में अपने हस्ताक्षर करें।
- यदि कोड भिन्न हैं तो इस पुस्तिका / ओ.आर.एस. को यथानुसार बदलने की योग करें।
- अपना नाम, रोल नं. और परीक्षा केंद्र का नाम ओ.आर.एस. के ऊपरी पृष्ठ में दिए गए खानों में कलम से भरें और अपने हस्ताक्षर करें। इनमें से कोई भी जानकारी कहीं और न लिखें। रोल नम्बर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले (BUBBLE) को इस तरह से काला करें कि निचले पृष्ठ पर भी निशान बन जाए। (देखें उदाहरण : पिछले पृष्ठ पर चित्र-2)

#### C. प्रश्न-पत्र का ग्राहक

- इस प्रश्न-पत्र के तीन भाग (भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान और गणित) हैं। हर भाग के दो खंड हैं।
- खंड 1 में 10 बहुविकल्प प्रश्न हैं। हर प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें से एक या एक से अधिक सही हैं।
- खंड 2 में 10 प्रश्न हैं। ग्रन्थेक प्रश्न का उत्तर 0 से 9 तक (दोनों शामिल) के बीच का एकल अंकीय पूर्णांक है।

निरीक्षक द्वारा अनुदेशों के अनुसार निर्देश दिया जाना चाहिए।

	विषय	खण्ड		पृष्ठ संख्या
भाग I	भौतिक विज्ञान	1	एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार	3 - 7
		2	एक पूर्णांक मान सही प्रकार	8 - 12
भाग II	रसायन विज्ञान	1	एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार	13 - 17
		2	एक पूर्णांक मान सही प्रकार	18 - 19
भाग III	गणित	1	एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार	20 - 23
		2	एक पूर्णांक मान सही प्रकार	24 - 26

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$\begin{aligned}
 F &= \mu R \\
 F_1 &= mg \\
 mg &= \mu H_1 \\
 mg &= M_2 R^2 \\
 mg &= \frac{M_1}{R^2} \\
 mg &= \frac{M_1}{R^2 + R_1^2} \\
 mg &= \frac{M_1}{R^2 + R_1^2 + R_2^2} \\
 N &= IR \\
 I &= \frac{U}{R_1 + R_2} \\
 \end{aligned}$$

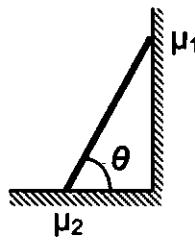
## PART I : PHYSICS

### खण्ड – 1 : (एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार)

इस खण्ड में 10 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से एक या एक से अधिक सही हैं।

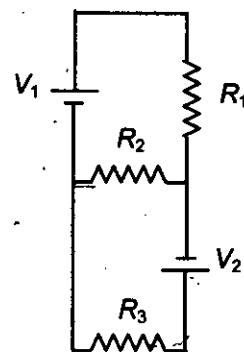
1. द्रव्यमान  $m$  वाली एक सीढ़ी दीवार के सहारे तिरछी खड़ी है, जैसा चित्र में दर्शाया गया है। क्षेत्रिज फर्श से  $\theta$  कोण बनाते हुए यह स्थैतिक साम्यावस्था में है। दीवार व सीढ़ी के बीच घर्षण गुणांक  $\mu_1$  है तथा फर्श व सीढ़ी के बीच घर्षण गुणांक  $\mu_2$  है। दीवार द्वारा सीढ़ी पर लगाया गया अभिलम्बित प्रतिक्रिया बल  $N_1$  तथा फर्श द्वारा सीढ़ी पर लगाया गया अभिलम्बित प्रतिक्रिया बल  $N_2$  है। जब सीढ़ी सरकने वाली हो, तब

- (A)  $\mu_1 = 0 \quad \mu_2 \neq 0$  तथा  $N_2 \tan \theta = \frac{mg}{2}$   
 (B)  $\mu_1 \neq 0 \quad \mu_2 = 0$  तथा  $N_1 \tan \theta = \frac{mg}{2}$   
 (C)  $\mu_1 \neq 0 \quad \mu_2 \neq 0$  तथा  $N_2 = \frac{mg}{1+\mu_1\mu_2}$   
 (D)  $\mu_1 = 0 \quad \mu_2 \neq 0$  तथा  $N_1 \tan \theta = \frac{mg}{2}$



2. विद्युत वाहक बल  $V_1$  तथा  $V_2$  वाली दो आदर्श बैटरी तथा तीन प्रतिरोध  $R_1$ ,  $R_2$  व  $R_3$  चित्र में दर्शाए गए क्रम के अनुसार जुड़े हुए हैं। प्रतिरोध  $R_2$  में बहने वाली विद्युत धारा शून्य होगी, यदि

- (A)  $V_1 = V_2$  तथा  $R_1 = R_2 = R_3$   
 (B)  $V_1 = V_2$  तथा  $R_1 = 2R_2 = R_3$   
 (C)  $V_1 = 2V_2$  तथा  $2R_1 = 2R_2 = R_3$   
 (D)  $2V_1 = V_2$  तथा  $2R_1 = R_2 = R_3$

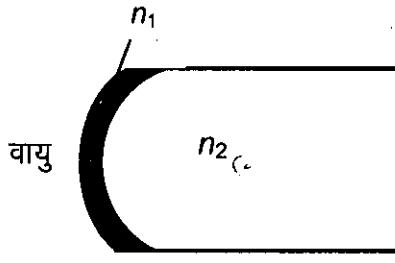


कच्चे कार्य के लिए स्थान



3. काँच के एक लम्बे व ठोस बेलन, जिसका अपवर्तनांक  $n_2 = 1.5$  है, का एक छोर गोलीय है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। इस गोलीय पृष्ठ की त्रिज्या  $R$  है और इस पर  $n_1 = 1.4$  अपवर्तनांक की एक समान मोटाई वाली एक पारदर्शी पतली फिल्म लगी है। वायु से फिल्म में होकर काँच में जाने वाली प्रकाश की किरणें जो कि बेलन के अक्ष के समान्तर हैं, फिल्म से  $f_1$  दूरी पर फोकसित होती हैं, जबकि काँच से वायु में जाने वाली किरणें फिल्म से  $f_2$  दूरी पर फोकस होती हैं। तब

- (A)  $|f_1| = 3R$   
 $\checkmark$  (B)  $|f_1| = 2.8R$   
(C)  $|f_2| = 2R$   
(D)  $|f_2| = 1.4R$



4. विद्युत केतली का हीटर  $L$  लम्बाई तथा  $d$  व्यास वाले एक तार से बना है। इससे  $0.5 \text{ kg}$  जल के तापमान में  $40 \text{ K}$  की वृद्धि करने के लिए 4 मिनट का समय लगता है। इस हीटर के स्थान पर एक नया हीटर उपयोग में लाया जाता है जिसमें  $L$  लम्बाई तथा  $2d$  व्यास वाले उसी पदार्थ के दो तार लगे हैं। इसी समान मात्रा के जल के तापमान में  $40 \text{ K}$  की वृद्धि करने में कितने मिनट लगेंगे? तारों के संयोजन की विधि विकल्पों में दी गई है।

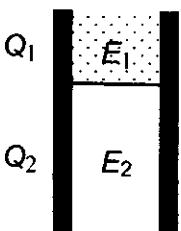
- (A)  $\checkmark$  4 यदि दोनों तार समान्तर में हैं। (B) 2 यदि दोनों तार श्रेणी (series) में हैं।  
(C) 1 यदि दोनों तार श्रेणी में हैं। (D) 0.5 यदि दोनों तार समान्तर में हैं।

कच्चे कार्य के लिए स्थान

Notes handwritten:

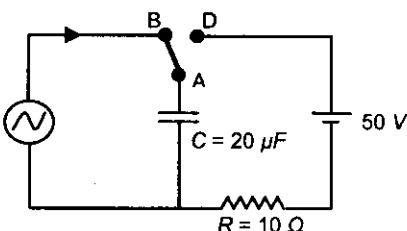
- Mass  $m = 0.5 \text{ kg}$
- Temperature rise  $\Delta T = 40 \text{ K}$
- Heat generated  $Q = m \cdot C \cdot \Delta T = 0.5 \cdot 4.2 \cdot 10^3 \cdot 40 = 8.4 \times 10^4 \text{ J}$
- Power  $P = Q/t = 8.4 \times 10^4 / 4 = 2.1 \times 10^4 \text{ W}$
- Current  $I = P/V = 2.1 \times 10^4 / 220 = 95.45 \text{ A}$
- Resistance  $R = V/I = 220 / 95.45 = 2.3 \Omega$
- Series circuit formula:  $R_{\text{series}} = R_1 + R_2 = 2R$
- Parallel circuit formula:  $\frac{1}{R_{\text{parallel}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{2}{R}$
- Current ratio:  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{2}{1}$
- Power ratio:  $\frac{P_1}{P_2} = \frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{4}{1}$
- Time ratio:  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{4}$
- Final time:  $T_2 = \frac{1}{4} \times 4 = 1 \text{ min}$

5. चित्र में दर्शाए गए एक समान्तर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच रखा परावैद्युतांक  $K$  का एक परावैद्युत (Dielectric) गुटका पट्टिकाओं के क्षेत्रफल का  $1/3$  भाग ढकता है। संधारित्र की कुल धारिता  $C$  है, जबकि वह भाग, जहाँ परावैद्युत गुटका रखा है, की धारिता  $C_1$  है। संधारित्र को आवेशित करने पर पट्टिकाओं के उस भाग में जहाँ परावैद्युत रखा है, अवेश  $Q_1$  तथा शेष क्षेत्रफल में आवेश  $Q_2$  समाप्रहित होता है। परावैद्युत में विद्युत क्षेत्र  $E_1$  तथा शेष भाग में विद्युत क्षेत्र  $E_2$  है। कोर प्रभाव (edge effects) की उपेक्षा करते हुए सही विकल्प / विकल्पों को चुनिए।



- (A)  $\frac{E_1}{E_2} = 1$       (B)  $\frac{E_1}{E_2} = \frac{1}{K}$       (C)  $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{3}{K}$       (D)  $\frac{C}{C_1} = \frac{2+K}{K}$

6. चित्र में दर्शाए गये परिपथ में समय  $t = 0$  पर बिन्दु A को स्थित द्वारा बिन्दु B से जोड़ा जाता है। इससे परिपथ में एक प्रत्यावर्ती धारा  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$  चित्र में दिखाई गई दिशा में बहने लगती है, जहाँ  $I_0 = 1A$  तथा  $\omega = 500 \text{ rad s}^{-1}$ । समय  $t = \frac{7\pi}{6\omega}$  पर स्थित को बिन्दु B से हटाकर बिन्दु D से जोड़ा जाता है। इसके पश्चात् सिर्फ A तथा D जुड़े हुए हैं। संधारित्र को पूरी तरह आवेशित करने के लिए बैटरी से कुल आवेश Q प्रवाहित होता है। यदि  $C = 20 \mu\text{F}$ ,  $R = 10 \Omega$  तथा बैटरी 50V विद्युत वाहक बल वाली आदर्श बैटरी हो तब सही विकल्प / विकल्पों को चुनिए।



- (A) संधारित्र पर समय  $t = \frac{7\pi}{6\omega}$  से पहले अधिकतम आवेश का परिमाण  $1 \times 10^{-3} \text{ C}$  है।  
(B) बाँच परिपथ में समय  $t = \frac{7\pi}{6\omega}$  से ठीक पहले विद्युत धारा दक्षिणावर्ती (clockwise) है।  
(C) बिन्दु A को बिन्दु D से जोड़ने के तुरन्त पश्चात् प्रतिरोध R में विद्युत धारा का मान 10A है।  
(D)  $Q = 2 \times 10^{-3} \text{ C}$ .

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$I = I_0 \cos(\omega t)$   
 $I = 1 \cos(500t)$   
 $I = 1 \cos(7\pi/6)$   
 $I = -1/2$

$E = \frac{V}{d}$   
 $E = \frac{50}{d}$

$I = \frac{V}{R}$   
 $I = \frac{50}{10}$   
 $I = 5$

$C = \frac{Q}{V}$   
 $C = \frac{Q}{50}$   
 $C = \frac{Q}{5}$

$Q = C V$   
 $Q = 50 \times 5$   
 $Q = 250$

$Q = 250 \times 10^{-3}$   
 $Q = 0.25 \text{ C}$

$Q = \frac{1}{3} C$   
 $Q = \frac{1}{3} \times 20 \times 10^{-6}$   
 $Q = 2 \times 10^{-7} \text{ C}$

7. यंग के द्वि झिरी (double slit) प्रयोग में प्रयुक्त प्रकाश स्रोत दो तरंगदैर्घ्यों  $\lambda_1 = 400\text{ nm}$  तथा  $\lambda_2 = 600\text{ nm}$  को उत्सर्जित करता है। यदि तरंगदैर्घ्यों  $\lambda_1$  तथा  $\lambda_2$  के लिए अभिलिखित (recorded) फ्रिंज चौड़ाई क्रमशः  $\beta_1$  तथा  $\beta_2$  है तथा केन्द्रीय दीप्त फ्रिंज के एक ओर  $y$  दूरी तक फ्रिंजों की संख्या क्रमशः  $m_1$  तथा  $m_2$  है, तब

- (A)  $\beta_2 > \beta_1$   
 (B)  $m_1 > m_2$   
 (C) केन्द्रीय दीप्त फ्रिंज से  $\lambda_2$  की तीसरी दीप्त फ्रिंज  $A_1$  की पाँचवीं अदीप्त फ्रिंज को ढकती है।  
 (D)  $\lambda_1$  की फ्रिंजों का कोणीय पृथक्करण (angular separation)  $\lambda_2$  की फ्रिंजों के कोणीय पृथक्करण से अधिक है।

8. एक विद्यार्थी एक अनुनाद स्तम्भ तथा एक स्वरित्र द्विभुज (tuning fork), जिसकी आवृत्ति  $244\text{ s}^{-1}$  है, को उपयोग में लाते हुए एक प्रयोग करता है। उसे बताया गया है कि नली में वायु के स्थान पर एक अन्य गैस भरी हुई है। (मान लीजिए स्तम्भ सदैव गैस से भरा रहता है।) यदि अनुनाद की स्थिति के लिए न्यूनतम ऊँचाई ( $0.350 \pm 0.005$ )  $m$  है, तब नली में उपस्थित गैस है / हैं :

(उपयोगी सूचना :  $\sqrt{167RT} = 640\text{ J}^{1/2}\text{ mole}^{-1/2}$ ;  $\sqrt{140RT} = 590\text{ J}^{1/2}\text{ mole}^{-1/2}$  तथा प्रत्येक गैस के लिए उनके मोलर द्रव्यमान  $M$  ग्राम का मान विकल्पों में दिए हैं।  $\sqrt{\frac{10}{M}}$  का मान जैसा कि वहाँ दिया गया है, वही प्रयोग करें।

- (A) निओन ( $M = 20, \sqrt{\frac{10}{20}} = \frac{7}{10}$ )                              (B) नाइट्रोजन ( $M = 28, \sqrt{\frac{10}{28}} = \frac{3}{5}$ )  
 (C) ऑक्सीजन ( $M = 32, \sqrt{\frac{10}{32}} = \frac{9}{16}$ )                              (D) ऑर्गन ( $M = 36, \sqrt{\frac{10}{36}} = \frac{17}{32}$ )

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 24^\circ \\ \theta_2 &= 40^\circ \\ \theta_1 &= 60^\circ \\ \theta_2 &= 12^\circ \\ \theta_1 &= 72^\circ \\ \theta_2 &= 18^\circ \\ \theta_1 &= 31^\circ \\ \theta_2 &= 31^\circ \\ \theta_1 &= 40^\circ \\ \theta_2 &= 60^\circ \\ \theta_1 &= 40^\circ \\ \theta_2 &= 60^\circ \end{aligned}$$

9. एक बिन्दु आवेश  $Q$ , एक एकसमान रेखीय आवेश घनत्व (Linear charge density)  $\lambda$  वाले अनन्त लम्बाई के तार तथा एक एकसमान पृष्ठ आवेश घनत्व (uniform surface charge density)  $\sigma$  वाले अनन्त समतल चादर के कारण  $r$  दूरी पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रतायें क्रमशः  $E_1(r)$ ,  $E_2(r)$  तथा  $E_3(r)$  हैं। यदि एक दी गई दूरी  $r_0$  पर  $E_1(r_0) = E_2(r_0) = E_3(r_0)$  तब
- (A)  $Q = 4\sigma\pi r_0^2$     (B)  $r_0 = \frac{\lambda}{2\pi\sigma}$   
 (C)  $E_1(r_0/2) = 2E_2(r_0/2)$     (D)  $E_2(r_0/2) = 4E_3(r_0/2)$
10.  $x$  दिशा के अनुदिश  $3m$  लम्बाई की एक तनित डोरी का एक सिरा  $x = 0$  पर जड़ित (fixed) है। डोरी में तरंग की गति  $100\text{ ms}^{-1}$  है। डोरी का दूसरा सिरा  $y$  दिशा के अनुदिश इस प्रकार कम्पन कर रहा है कि डोरी में अप्रगामी तरंगों बन रही हैं। इन अप्रगामी तरंगों के संभावित तरंगरूप (waveform) है/हैं।
- (A)  $y(t) = A \sin \frac{\pi x}{6} \cos \frac{50\pi t}{3}$     (B)  $y(t) = A \sin \frac{\pi x}{3} \cos \frac{100\pi t}{3}$   
 (C)  $y(t) = A \sin \frac{5\pi x}{6} \cos \frac{250\pi t}{3}$     (D)  $y(t) = A \sin \frac{5\pi x}{2} \cos 250\pi t$

कच्चे कार्य के लिए स्थान

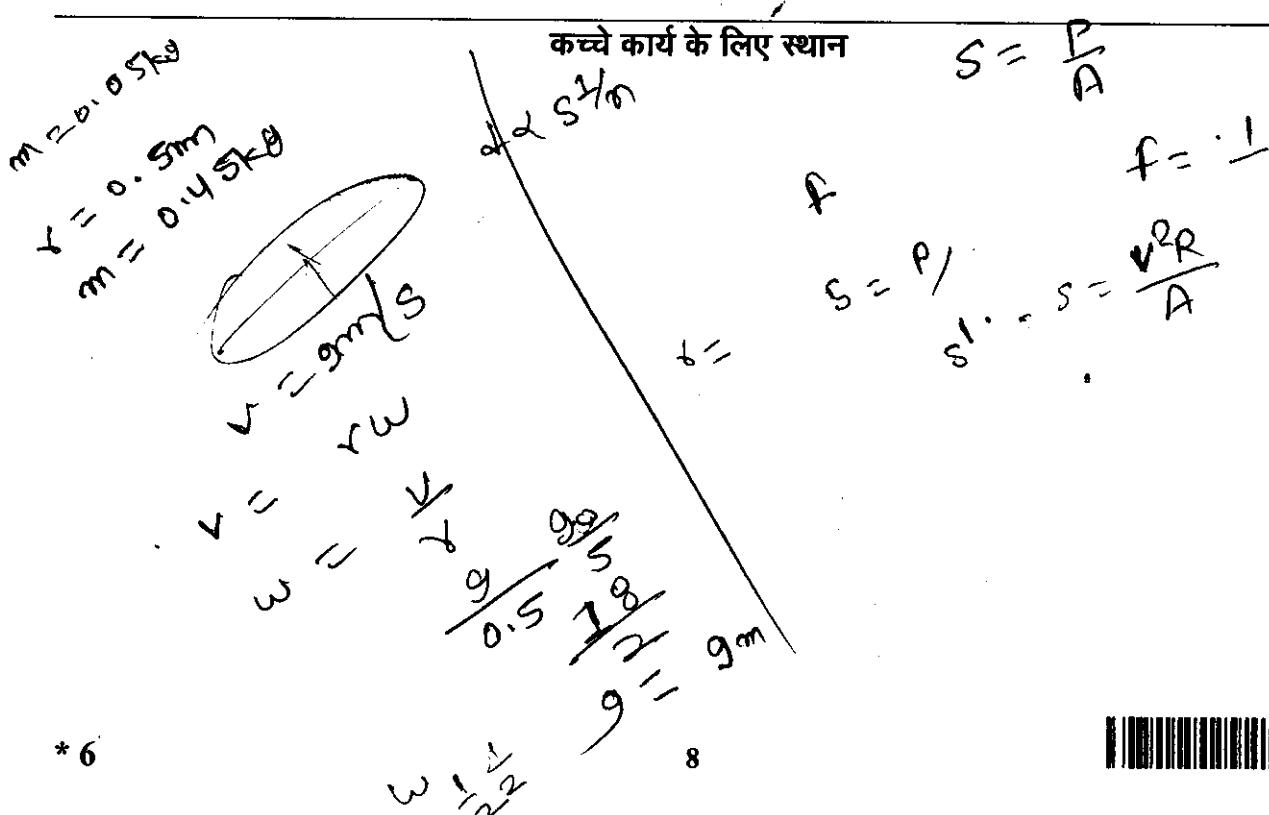
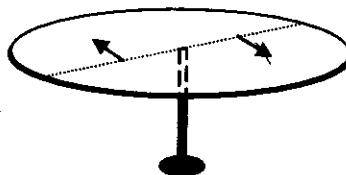
$$\begin{aligned} & \text{Given: } v = 100 \text{ m/s} \\ & \text{Angular frequency: } \omega = 2\pi f = 2\pi \times 100 = 200\pi \text{ rad/s} \\ & \text{Wavelength: } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{100} = 1 \text{ m} \\ & \text{For a wave on a string, } \lambda = \frac{2L}{n} \text{ where } n = 1, 2, 3, \dots \\ & \text{So, } 1 = \frac{2 \times 3}{n} \Rightarrow n = 6 \\ & \text{For } n=6, \text{ the wave function is: } y(t) = A \sin \frac{\pi x}{6} \cos 200\pi t \end{aligned}$$



## खण्ड - 2 : (एक पूर्णांक मान सही प्रकार)

इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को हल करने पर परिणाम 0 से 9 (दोनों शामिल) के बीच का एक पूर्णांक मान होगा।

11. कोहरे की स्थिति में वह दूरी  $d$ , जहाँ से सिग्नल स्पष्ट रूप से दिखाई दे, जानने के लिये एक रेलवे इंजीनियर विमीय विश्लेषण का प्रयोग करता है। उसके अनुसार यह दूरी  $d$ , कोहरे के द्रव्यमान घनेत्व  $\rho$ , सिग्नल के प्रकाश की तीव्रता  $S$  (शक्ति/क्षेत्रफल) तथा उसकी आवृत्ति  $f$  पर निर्भर है। यदि इंजीनियर  $d$  को  $S^{1/n}$  के समानुपाती पाता है, तब  $n$  का मान है :
12. चित्र में दिखाया गया  $0.5\text{ m}$  त्रिज्या तथा  $0.45\text{ kg}$  द्रव्यमान वाला एक क्षैतिज वृत्तीय प्लेटफार्म अपने अक्ष के परितः घूमने के लिए स्वतंत्र है। दो द्रव्यमान रहित कमानी वाली खिलौना बन्दूकें (toy-guns), जिन पर  $0.05\text{ kg}$  द्रव्यमान वाली स्टील की गेंद लगी है, प्लेटफार्म के व्यास पर केंद्र से  $0.25\text{ m}$  की दूरी पर, केन्द्र के दोनों ओर स्थित हैं। दोनों बन्दूकें एक साथ गोलियों को व्यास के लम्बवत् क्षैतिज तल में विपरीत दिशा में दागती हैं। प्लेटफार्म को छोड़ने के पश्चात् गोलियों की भूमि के सापेक्ष क्षैतिज दिशा में गति  $9\text{ ms}^{-1}$  है। गोलियों के प्लेटफार्म छोड़ने के पश्चात् प्लेटफार्म की घूर्णीय गति  $\text{rad s}^{-1}$  में है :



13. एक गैल्वनोमीटर  $0.006 A$  की धारा प्रवाहित करने पर पूर्ण विक्षेप देता है। इसके साथ  $4990 \Omega$  का प्रतिरोध लगाने पर इसे  $0 - 30 V$  परास वाले वोल्टमापी (voltmeter) में परिवर्तित किया जा सकता है। गैल्वनोमीटर के साथ  $\frac{2n}{249} \Omega$  का प्रतिरोध लगाने पर यह  $0 - 1.5 A$  परास वाले धारामापी (ammeter) में परिवर्तित हो जाता है।  $n$  का मान है :

A

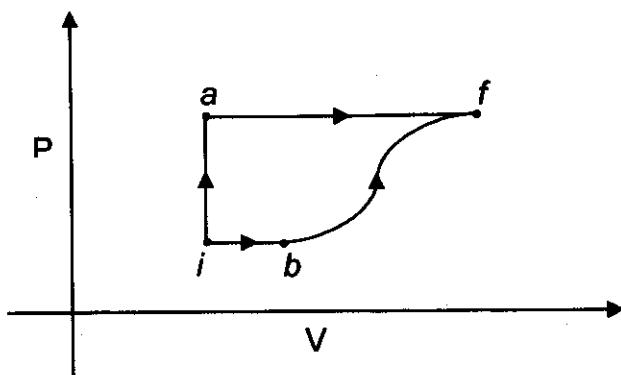
14. सर्ल के प्रयोग में वर्नियर पैमाने का शून्य मुख्य पैमाने पर  $3.20 \times 10^{-2} m$  तथा  $3.25 \times 10^{-2} m$  के बीच है। वर्नियर पैमाने का बीसवाँ भाग ( $20^{\text{th}}$  division) मुख्य पैमाने के किसी एक भाग के बिलकुल सीधे में है। तार पर  $2 kg$  का अतिरिक्त भार लगाने पर, यह देखा गया कि वर्नियर पैमाने का शून्य अभी भी मुख्य पैमाने पर  $3.20 \times 10^{-2} m$  तथा  $3.25 \times 10^{-2} m$  के बीच है, परन्तु अब वर्नियर पैमाने का पैंतालिसवाँ भाग ( $45^{\text{th}}$  division) मुख्य पैमाने के किसी अन्य भाग के बिलकुल सीधे में है। धातु के पतले तार की लम्बाई  $2 m$  तथा अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल  $8 \times 10^{-7} m^2$  है। वर्नियर पैमाने का अल्पतमांक (least count)  $1.0 \times 10^{-5} m$  है। तार के यंग प्रत्यास्थता गुणांक (Young's Modulus) में अधिकतम प्रतिशत त्रुटि है :

कच्चे कार्य के लिए स्थान

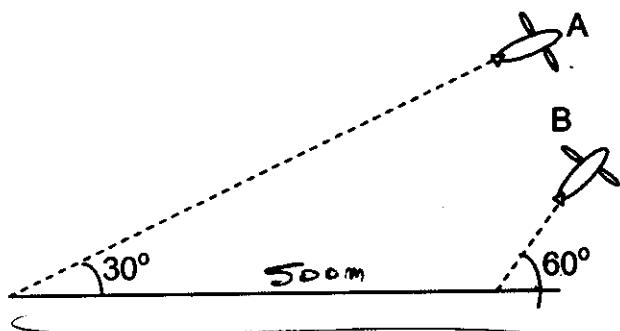
$$\begin{aligned}
 I &= 0.006 A \\
 R &= 4990 \Omega \\
 V &= 0 - 30 V \\
 R_G &= \frac{2n}{249} \Omega & 0.15 \\
 & & 1.5 \\
 & & \cancel{0.006} \\
 & & \cancel{0.006 + 4990} = \frac{2n}{249} \times 1.5 \\
 & & \cancel{499 \phi} = \frac{2n \times 1.5}{249} \\
 & & \cancel{10 \phi} = \frac{2n \times 1.5}{249} \\
 & & 49.9 = \frac{2n \times 1.5}{249} \\
 & & \cancel{499 \times 249} = \cancel{2n \times 2} \\
 & & \cancel{10 \times 15} = \cancel{124251} (828) \\
 & & 150 ) \cancel{124251} \cancel{(828)} \\
 & & \cancel{425} \\
 & & \cancel{300} \\
 & & \cancel{1251} \\
 & & \cancel{1200} \\
 & & 150
 \end{aligned}$$



15. एक ऊष्मागतिक तंत्र (thermodynamic system) अपनी प्रारम्भिक अवस्था  $i$ , जिस पर उसकी आन्तरिक ऊर्जा  $U_i = 100 J$  है, से अन्तिम अवस्था  $f$  तक दो भिन्न पथों  $iaf$  तथा  $ibf$  के अनुदिश लाया जाता है, जैसा चित्र में दर्शाया गया है। पथ  $af$ ,  $ib$  तथा  $bf$  के लिए किया गया कार्य क्रमशः  $W_{af} = 200 J$ ,  $W_{ib} = 50 J$  तथा  $W_{bf} = 100 J$  है। पथ  $iaf$ ,  $ib$  तथा  $bf$  के अनुदिश, तंत्र को दी गई ऊष्मा क्रमशः  $Q_{iaf}$ ,  $Q_{ib}$  तथा  $Q_{bf}$  हैं। यदि अवस्था  $b$  पर तंत्र की आन्तरिक ऊर्जा  $U_b = 200 J$  तथा  $Q_{iaf} = 500 J$  है, तब अनुपात  $Q_{bf}/Q_{ib}$  होगा :



16. विमान A तथा विमान B नियत वेग से क्षैतिज से क्रमशः  $30^\circ$  तथा  $60^\circ$  का कोण बनाते हुए एक ही ऊर्ध्व तल में उड़ान भर रहे हैं। जैसा चित्र में दर्शाया गया है। विमान A की गति  $100\sqrt{3} \text{ ms}^{-1}$  है। समय  $t = 0 \text{ s}$  पर विमान A में एक प्रेक्षक के अनुसार B उससे  $500 \text{ m}$  की दूरी पर है। प्रेक्षक के अनुसार विमान B एक नियत वेग से A की गति की दिशा के लम्बवत् दिशा में गतिमान है। यदि समय  $t = t_0$  पर विमान A विमान B से टकराने से बाल-बाल बचता है, तब समय  $t_0$  का सेकण्ड में मान है :

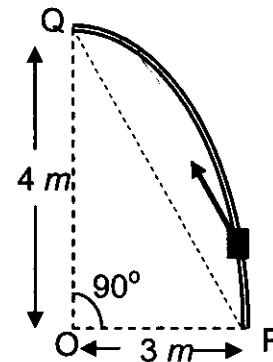


कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$\begin{aligned}
 & V = \frac{s}{t} \\
 & s = v \times t \\
 & 500 = v \times t \\
 & v = \frac{500}{t} \\
 & v = 100\sqrt{3} \\
 & v = 100\sqrt{3} \times \frac{1}{t} \\
 & v = \frac{100\sqrt{3}}{t} \\
 & v = \frac{100\sqrt{3}}{t} \times \frac{1}{2} \\
 & v = \frac{50\sqrt{3}}{t} \\
 & Q_{iaf} = 500 \times 100\sqrt{3} \\
 & Q_{iaf} = 50000\sqrt{3} \\
 & Q_{ib} = 500 \times 100\sqrt{3} \\
 & Q_{ib} = 50000\sqrt{3} \\
 & W_{bf} = 500 \times 100\sqrt{3} \\
 & W_{bf} = 50000\sqrt{3} \\
 & \frac{W_{bf}}{Q_{ib}} = \frac{50000\sqrt{3}}{50000\sqrt{3}} = 2
 \end{aligned}$$

17. दो समान्तर तार कागज के तल में एक दूसरे से  $X_0$  दूरी पर हैं। दोनों तारों के बीच एक बिन्दु आवेश, जो उसी तल में है तथा एक तार से  $X_1$  दूरी पर है, चाल  $u$  से गतिमान है। जब तारों में परिमाण  $I$  की विद्युत धारा एक ही दिशा में प्रवाहित की जाती है, बिन्दु आवेश के पथ की वक्रता त्रिज्या  $R_1$  है। इसके विपरीत, यदि दोनों तारों में धारा  $I$  की दिशा एक दूसरे के विपरीत हो, तब पथ की वक्रता त्रिज्या  $R_2$  है। यदि  $\frac{X_0}{X_1} = 3$  तब  $\frac{R_1}{R_2}$  का मान है :

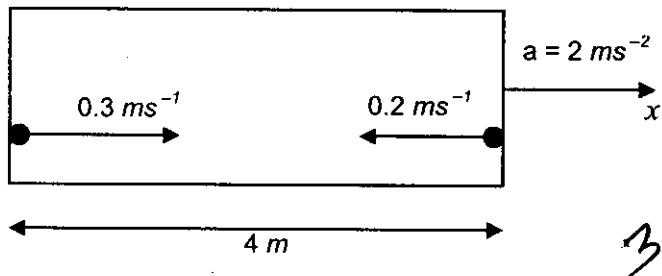
18. चित्र में दिखाई गई एक दीर्घ वृत्ताकार पटरी (rail) PQ ऊर्ध्व तल में स्थित है तथा दूरियाँ  $OP = 3\text{ m}$  और  $OQ = 4\text{ m}$  हैं।  $1\text{ kg}$  द्रव्यमान के एक गुटके को पटरी पर P से Q तक  $18\text{ N}$  बल से खींचा जाता है; बल की दिशा सदैव रेखा PQ के समान्तर है (चित्र देखिये)। घर्षण के कारण होने वाली क्षति को नगण्य मानते हुए गुटके के बिन्दु Q पर पहुँचने पर उसकी गतिज ऊर्जा ( $n \times 10$ ) जूल है।  $n$  का मान है (गुरुत्वीय त्वरण का मान  $= 10\text{ ms}^{-2}$  है) :



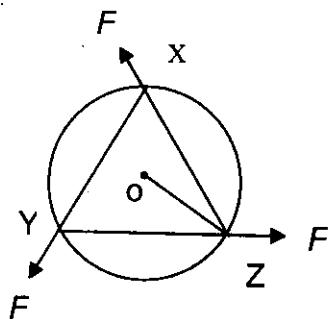
कार्य के लिए स्थान

$$\begin{aligned}
 u &= mg \\
 u^2 &= \frac{mv^2}{r} \\
 \mu &= \frac{mg}{v^2} = \frac{mg}{\frac{2mE}{R}} = \frac{g}{\frac{2E}{R}} = \frac{g}{\frac{2 \times m \times \frac{1}{2}mv^2}{R}} = \frac{gR}{mv^2} \\
 \mu &= \frac{gR}{mv^2} = \frac{gR}{m \times \frac{2mE}{R}} = \frac{gR^2}{2mE} \\
 R &= \frac{mv^2}{g} \\
 R_1 &= \frac{mv^2}{g} \\
 R_2 &= \frac{mv^2}{g} \\
 \frac{R_1}{R_2} &= \frac{\frac{mv^2}{g}}{\frac{mv^2}{g}} = 1
 \end{aligned}$$

19. एक राकेट गुरुत्वहीन अंतरिक्ष में नियत त्वरण  $2 \text{ ms}^{-2}$  से  $+x$  दिशा में गतिमान है (चित्र देखिए)। राकेट के कक्ष की लम्बाई  $4 \text{ m}$  है। कक्ष की बाईं दीवार से एक गेंद राकेट के सापेक्ष  $0.3 \text{ ms}^{-1}$  की गति से  $+x$  दिशा के अनुदिश फेंकी जाती है। ठीक उसी समय, एक दूसरी गेंद कक्ष की दाईं दीवार से राकेट के सापेक्ष  $0.2 \text{ ms}^{-1}$  की गति से  $-x$  दिशा के अनुदिश फेंकी जाती है। दोनों गेंदों के एक दूसरे से टकराने तक लगने वाला समय सेकण्ड में है :



20. एक एकसमान वृत्ताकार डिस्क जिसका द्रव्यमान  $1.5 \text{ kg}$  तथा त्रिज्या  $0.5 \text{ m}$  है, प्रारम्भ में घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर विरामावस्था में है। बराबर परिमाण  $F = 0.5 \text{ N}$  वाले तीन बल एक साथ  $t = 0$  पर चित्र में दिखाये गये समबाहु त्रिभुज XYZ, जिसके शीर्ष बिन्दु डिस्क की परिधि पर स्थित है, की भुजाओं के अनुदिश लगाए जाते हैं। बलों को लगाने के  $1$  सेकण्ड पश्चात् डिस्क की कोणीय गति,  $\text{rad s}^{-1}$  में है :



कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$\begin{aligned}
 & v_i = 0 \\
 & F = 0.5 \text{ N} \\
 & r = 0.5 \text{ m} \\
 & \theta = 60^\circ \\
 & \alpha = \frac{\theta}{t} = \frac{60^\circ}{1 \text{ s}} = 0.2 \text{ rad s}^{-2} \\
 & \omega = \frac{\theta}{t} = \frac{60^\circ}{1 \text{ s}} = 0.2 \text{ rad s}^{-1} \\
 & w = \sqrt{\omega^2 + v_i^2} = \sqrt{(0.2)^2 + (0.5)^2} = \sqrt{0.04 + 0.25} = \sqrt{0.29} = 0.538 \text{ rad s}^{-1} \\
 & \tan \theta = \frac{v_i}{\omega r} = \frac{0.5}{0.2 \times 0.5} = \frac{0.5}{0.1} = 5 \\
 & \theta = \tan^{-1} 5 \approx 78.5^\circ
 \end{aligned}$$

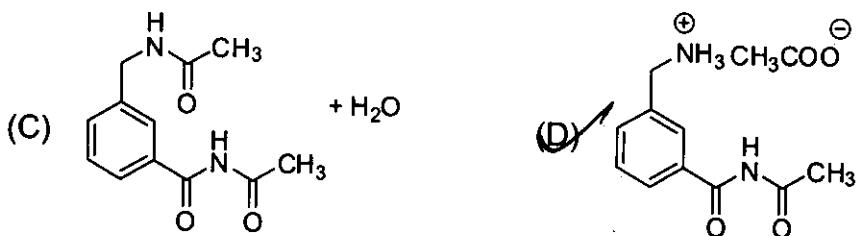
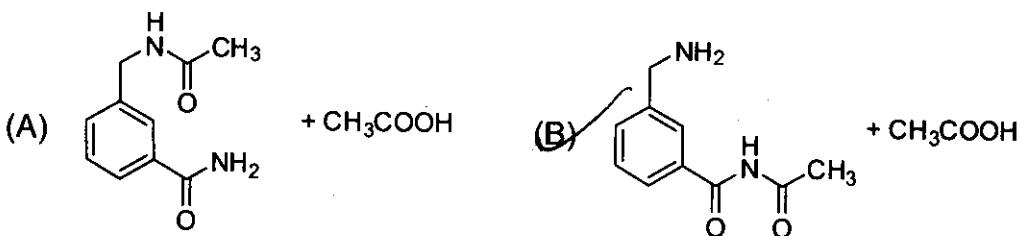
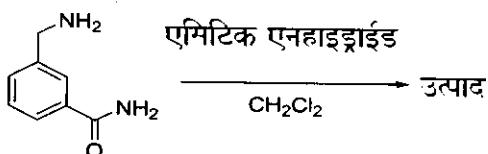
\* 6

## PART II : CHEMISTRY

खण्ड – 1 : (एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार)

इस खण्ड में 10 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से एक या एक से अधिक सही हैं।

21. निम्नलिखित अभिक्रिया का (के) मुख्य उत्पाद है (हैं) :



कच्चे कार्य के लिए स्थान

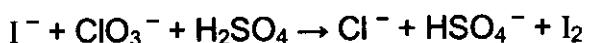
*CH<sub>3</sub>COO<sup>-</sup>*



22. आर्थोबोरिक अम्ल के लिए सही कथन है (हैं) :

- (A) यह स्वतः आयनन (ionization) के कारण दुर्बल अम्ल की तरह व्यवहार करता है।
- (B) इसके जलीय विलयन में एथिलीन ग्लाइकॉल डालने से अम्लीयता बढ़ती है।
- (C) हाइड्रोजन बन्ध के कारण यह त्रिविम (three dimensional) संरचना रखता है।
- (D) जल में यह दुर्बल विद्युत-अपघट्य (electrolyte) है।

23. निम्नलिखित अभिक्रिया के लिए



सन्तुलित समीकरण में, इस अभिक्रिया के लिए सत्य कथन है (हैं) :

- (A)  $HSO_4^-$  का उचित तत्वानुपाती गुणांक (Stoichiometric Coefficient) 6 है।
- (B) आयोडीन आक्सीकृत हो गया। T 52
- (C) सल्फर अपचयित हो गया। T 52
- (D) एक उत्पाद जल है। T 52

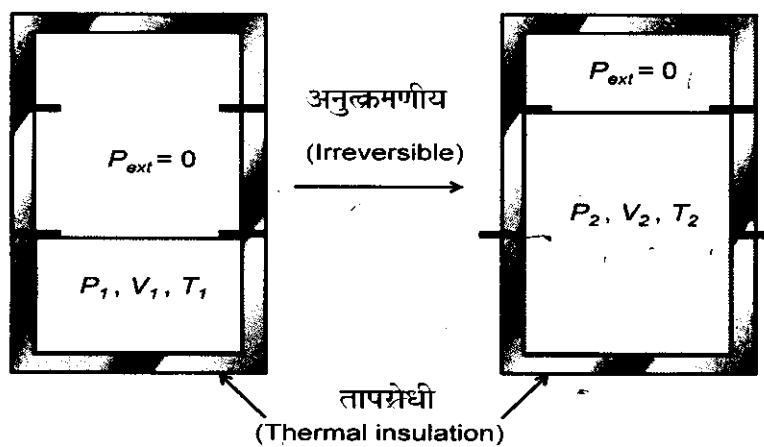
24. अभिकर्मकों का जोड़ा जो अनुचुम्बकीय (paramagnetic) पदार्थ देता है (देते हैं)।

- (A) Na और अधिकता में  $NH_3$
- (B) K और अधिकता में  $O_2$
- (C) Cu और तनु  $HNO_3$
- (D)  $O_2$  और 2-एथिलएन्थ्राक्यूनॉल (2-ethylanthraquinol)

कच्चे कार्य के लिए स्थान



25. उष्मारोधी (thermally insulated) बर्तन में एक आदर्श गैस आन्तरिक दबाव =  $P_1$ , आयतन =  $V_1$  तथा परमताप =  $T_1$  पर शून्य बाह्य दबाव के विरुद्ध नीचे दर्शाये चित्रानुसार अनुक्रमणीय (irreversibly) प्रसारित होती है। गैस का आखिरी आन्तरिक दबाव, आयतन एवं परमताप क्रमशः  $P_2$ ,  $V_2$  तथा  $T_2$  है। इस विस्तारण के लिए



~~(A)~~  $q = 0$

~~(B)~~  $T_2 = T_1$

(C)  $P_2V_2 = P_1V_1$

(D)  $P_2V_2^\gamma = P_1V_1^\gamma$

26. ऐल्यानिक सेल में, लवण सेतु (salt bridge)

~~(A)~~ सेल अभिक्रिया में रसायनतः भाग नहीं लेता।

~~(B)~~ आयनों का विसरण एक इलेक्ट्रोड से दूसरे इलेक्ट्रोड पर बन्द करता है।

(C) सेल अभिक्रिया होने के लिए अनिवार्य है।

(D) दोनों विद्युत-अपघटनी (electrolytic) विलयन की मिश्रणता को सुनिश्चित करता है।

कच्चे कार्य के लिए स्थान

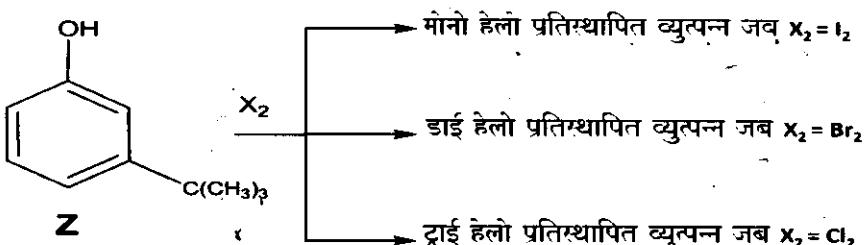
$$\therefore \theta_i = 0$$



27. हाइड्रोजन बन्ध निम्न परिघटन/परिघटनों में केन्द्रीय भूमिका निभाता है :

- (A) ~~बर्फ़ पानी में तैरती है।~~
- (B) ~~अल्लीय विलयन (Solution) में तृतीयक एमीन की अपेक्षा प्राथमिक एमीन की अधिक लुईस क्षारकता।~~
- (C) ~~एसीटिक अम्ल की अपेक्षा फार्मिक अम्ल अधिक अल्लीय है।~~
- (D) बेन्जीन में एसीटिक अम्ल का द्वितयन (dimerisation)।

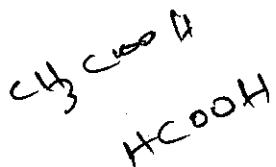
28. यौगिक Z की भिन्न - भिन्न हैलोजनों के साथ अभिक्रियाशीलता उपयुक्त शर्तों में नीचे दर्शित है :



इलेक्ट्रॉनस्लेही प्रतिस्थापन (electrophilic substitution) से प्राप्त पैटर्न को स्पष्टीकृत किया जा सकता है

- (A) ~~हैलोजन के त्रिविमी प्रभाव (steric effect) द्वारा~~
- (B) ~~तृतीयक-ब्यूटाइल समूह के त्रिविमी प्रभाव द्वारा~~
- (C) ~~फीनॉलिक समूह के इलेक्ट्रॉनिक प्रभाव द्वारा~~
- (D) ~~तृतीयक-ब्यूटाइल समूह के इलेक्ट्रॉनिक प्रभाव द्वारा~~

कच्चे कार्य के लिए स्थान



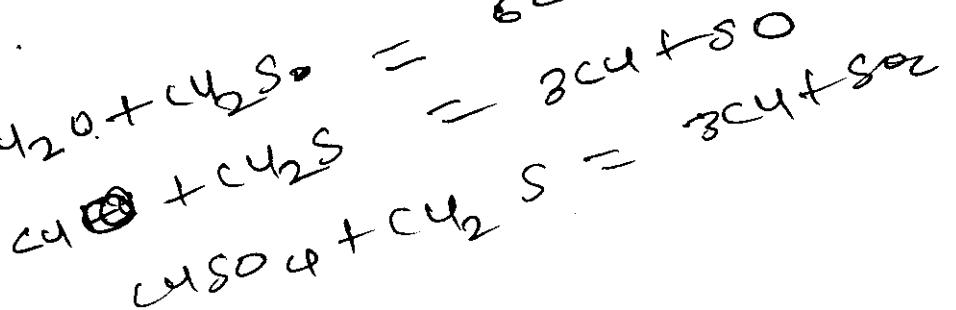
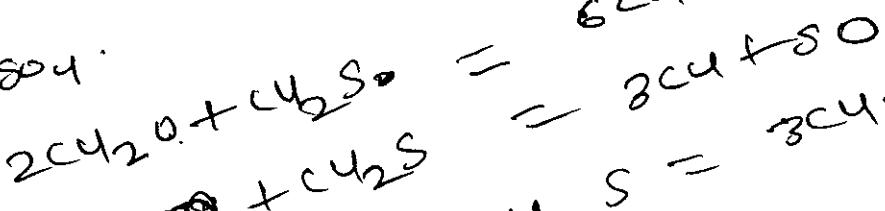
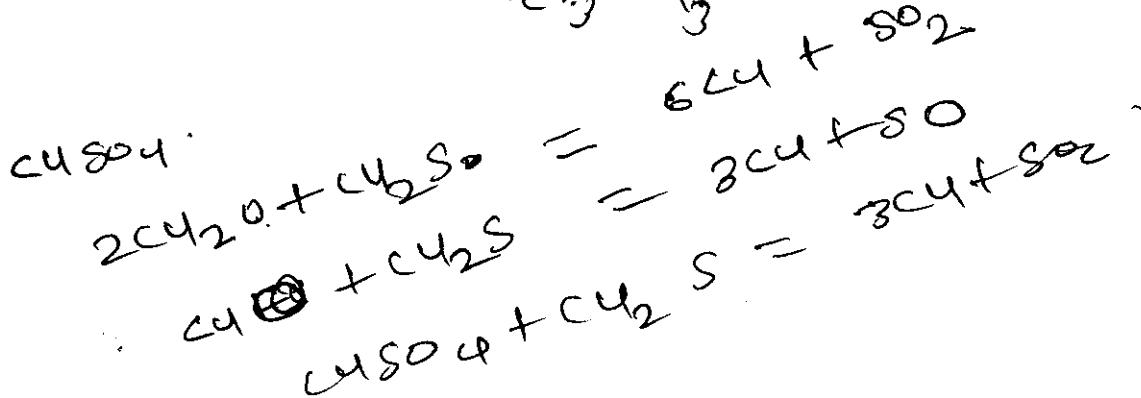
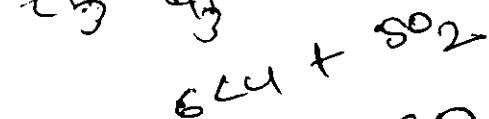
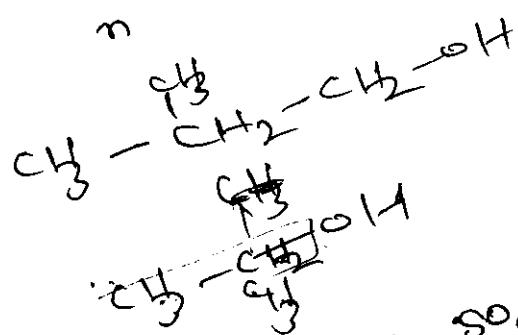
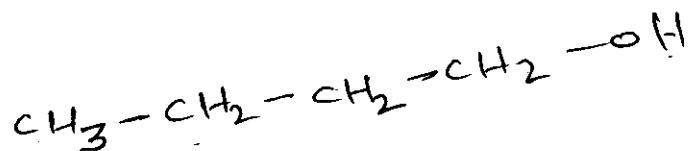
29. आणविक सूत्र  $C_4H_{10}O$  वाले समावयवी (isomeric) ऐल्कोहॉलों के सही नामों के संयुक्त हैं (हैं) :

- (A) तृतीयक-ब्यूटेनॉल (*tert*-butanol) एवं 2-मेथिलप्रोपेन-2-ऑल  
 (B) तृतीयक-ब्यूटेनॉल एवं 1, 1-डाइमेथिलईथेन-1-ऑल  
 (C) *n*-ब्यूटेनॉल एवं ब्यूटेन-1-ऑल  
 (D) आइसोब्यूटिल ऐल्कोहॉल एवं 2-मेथिलप्रोपेन-1-ऑल

30. वह (वे) अभिकर्मक (reagent) जो  $Cu_2S$  के साथ गरम करने पर कापर धातु देता है (देते हैं) :

- (A)  $CuFeS_2$  (B)  ~~$CuO$~~   
 (C)  ~~$Cu_2O$~~  (D)  ~~$CuSO_4$~~

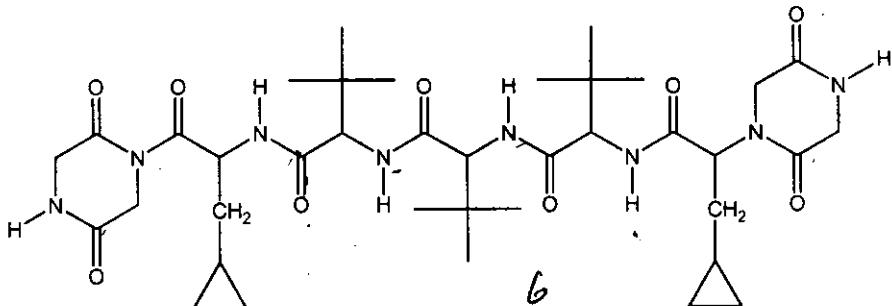
कच्चे कार्य के लिए स्थान



## खण्ड - 2 : (एक पूर्णांक मान सही प्रकार)

इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को हल करने पर परिणाम 0 से 9 (दोनों शामिल) के बीच का एक पूर्णांक मान होगा।

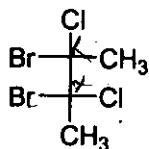
31. यदि आवोगाद्रो संख्या का मान  $6.023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  है तथा बोल्ट्समान स्थिरांक का मान  $1.380 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  है, तब परिकलित सार्वत्रिक गैस स्थिरांक (universal gas constant) में सार्थक अंकों (significant digits) की संख्या है :
- 1
32. मोलर भार 80 g वाला एक यौगिक  $\text{H}_2\text{X}$ ,  $0.4 \text{ g ml}^{-1}$  घनत्व वाले एक विलायक में घोला गया है। घुलने पर आयतन में कोई परिवर्तन न मानते हुए, 3.2 मोलर (molar) घोल की मोललता (molality) है :
- 8
33.  $\text{MX}_2$  एक जलीय विलयन में 0.5 की एक वियोजन मात्रा (degree of dissociation)  $\alpha$  के साथ  $\text{M}^{2+}$  तथा  $\text{X}^-$  में वियोजित होता है। पाये गये जलीय विलयन के हिमांक अवनमन (depression of freezing point) तथा आयनिक वियोजन (dissociation) की अनुपस्थिति में हिमांक अवनमन का अनुपात है :
34. एक परमाणु में क्वांटम संख्या  $n = 4$ ,  $|m_l| = 1$  तथा  $m_s = -\frac{1}{2}$  रखने वाले इलेक्ट्रानों की सम्पूर्ण संख्या है :
- $\checkmark$
35. नीचे दर्शाये पेप्टाइड के पूर्ण अम्लीय जल-अपघटन से प्राप्त भिन्न प्राकृतिक एमीनो अम्लों की सम्पूर्ण संख्या है :



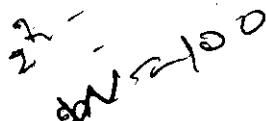
कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta T_b}{T_b} &= \frac{K}{m} \quad \cancel{m = 1/2} \\
 \frac{1}{10} &= \frac{1.380 \times 10^{-23}}{m} \\
 m &= 8.0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\
 \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} &= 0.4 \\
 m &= 8.0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\
 R &= N_A \quad \cancel{N_A = 6.023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}} \\
 &= 1.380 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \\
 0.4 &= \frac{8.0 \times 10^{23}}{m} \\
 3.2 &= \frac{8.0 \times 10^{23}}{m} \\
 3.2 &= \frac{0.4}{m} \\
 m &= 4 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\
 m &= 4.0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\
 *6 & \\
 18 & \\
 m &= 4.5
 \end{aligned}$$

36. PbS, CuS, HgS, MnS, Ag<sub>2</sub>S, NiS, CoS, Bi<sub>2</sub>S<sub>3</sub> और SnS<sub>2</sub> में से काले रंग के सल्फाइडों की सम्पूर्ण संख्या कितनी है ?
37. निम्नलिखित अभिकर्मकों की सूची पर विचार करें :  
 अम्लीय K<sub>2</sub>Cr<sub>2</sub>O<sub>7</sub>, क्षारीय KMnO<sub>4</sub>, CuSO<sub>4</sub>, H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, Cl<sub>2</sub>, Q<sub>3</sub>, FeCl<sub>3</sub>, HNO<sub>3</sub> और Na<sub>2</sub>S<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.  
 जलीय आयोडाइड को आयोडीन में आक्सीकृत करने वाले अभिकर्मकों की सम्पूर्ण संख्या बतायें।
38. त्रिविम समावयवों (stereoisomers) को सम्मिलित करते हुए अणु भार = 100 वाले सभी समावयवी कीटोनों पर विचार कीजिए। इन सभी समावयवों को NaBH<sub>4</sub> से स्वतंत्र रूप से अभिकृत किया गया (नोट : त्रिविम समावयवों को भी अलग से अभिकृत किया गया)। रेसिमिक उत्पाद देने वाले उन कीटोनों की सम्पूर्ण संख्या बतायें।
39. सूत्र XZ<sub>4</sub> वाले पदार्थों की सूची नीचे दी गयी है :  
 XeF<sub>4</sub>, SF<sub>4</sub>, SiF<sub>4</sub>, BF<sub>3</sub>, BrF<sub>4</sub><sup>-</sup>, [Cu(NH<sub>3</sub>)<sub>4</sub>]<sup>2+</sup>, [FeCl<sub>4</sub>]<sup>2-</sup>, [CoCl<sub>4</sub>]<sup>2-</sup> and [PtCl<sub>4</sub>]<sup>2-</sup>.  
 X तथा Z परमाणुओं की स्थिति के आधार पर आकृति का सीमांकन करते हुए वर्ग समतली (square planar) आकृति वाली स्पीशीज की सम्पूर्ण संख्या बतायें।
40. निम्नलिखित यौगिक में शून्येतर द्विध्रुव आघूर्ण (non-zero dipole moment) वाले स्थायी संरूपणीय समावयवों (conformers) की सम्पूर्ण संख्या है :



कच्चे कार्य के लिए स्थान



### PART III : MATHEMATICS

#### खण्ड - 1 : (एक या एक से अधिक सही विकल्प प्रकार)

इस खण्ड में 10 बहुविकल्प प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में चार विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं, जिनमें से एक या एक से अधिक सही हैं।

41. एक वृत्  $S$  बिन्दु  $(0, 1)$  से गुजरता है तथा वृतों  $(x - 1)^2 + y^2 = 16$  एवं  $x^2 + y^2 = 1$  के लम्बकोणीय (orthogonal) हैं। तब

- (A)  $S$  की त्रिज्या (radius) 8 है।  
 (C)  $S$  का केन्द्र  $(-7, 1)$  है।

- (B)  $\checkmark S$  की त्रिज्या 7 है।

- (D)  $S$  का केन्द्र  $(-8, 1)$  है।

42. माना कि सदिशों (vectors)  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  तथा  $\vec{z}$  में प्रत्येक का परिमाण  $\sqrt{2}$  है तथा प्रत्येक युग्म (pair) के मध्य का कोण  $\frac{\pi}{3}$  है। यदि शून्येतर (non-zero) सदिश  $\vec{a}$  सदिशों  $\vec{x}$  तथा  $\vec{y} \times \vec{z}$  के लम्बवत् (perpendicular) है एवं शून्येतर सदिश  $\vec{b}$  सदिशों  $\vec{y}$  तथा  $\vec{z} \times \vec{x}$  के लम्बवत् है, तब

- (A)  $\vec{b} = (\vec{b} \cdot \vec{z})(\vec{z} - \vec{x})$   
 (C)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -(\vec{a} \cdot \vec{y})(\vec{b} \cdot \vec{z})$

- (B)  $\vec{a} = (\vec{a} \cdot \vec{y})(\vec{y} - \vec{z})$

- (D)  $\vec{a} = (\vec{a} \cdot \vec{y})(\vec{z} - \vec{y})$

कच्चे कार्य के लिए स्थान

Handwritten calculations for Question 42:

- Top row:  $(2)$  and  $(x-1)^2 + y^2 = 16$
- Middle row:  $(1)$  and  $\sqrt{2^2 + 0^2} = \sqrt{4} = 2$
- Second row from bottom:  $\vec{b} = 0$
- Third row from bottom:  $\vec{a} = (\vec{a} \cdot \vec{y})(\vec{y} - \vec{z})$
- Fourth row from bottom:  $\vec{a} = (\vec{a} \cdot \vec{z})(\vec{z} - \vec{x})$
- Fifth row from bottom:  $\vec{a} = -(\vec{a} \cdot \vec{y})(\vec{b} \cdot \vec{z})$
- Bottom row:  $\vec{a} = -(\vec{a} \cdot \vec{z})(\vec{b} \cdot \vec{y})$

\*6

43. माना कि  $f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ , जहाँ

$$f(x) = (\log(\sec x + \tan x))^3$$

के द्वारा परिभाषित किया गया है। तब

- (A)  $f(x)$  विषम (odd) फलन है।  
 (C)  $f(x)$  आच्छादक (onto) फलन है।

- (B)  $f(x)$  एकेकी (one-one) फलन है।  
 (D)  $f(x)$  सम (even) फलन है।

44. संतत फलनों (Continuous function) के प्रत्येक युग्म (pair)  $f, g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  जिनके लिये

अधिकतम  $\{f(x): x \in [0, 1]\} =$  अधिकतम  $\{g(x): x \in [0, 1]\}$

है, के लिये सत्य कथन है(हैं) :

- (A) किसी  $c \in [0, 1]$  के लिये  $(f(c))^2 + 3f(c) = (g(c))^2 + 3g(c)$   
 (B) किसी  $c \in [0, 1]$  के लिये  $(f(c))^2 + f(c) = (g(c))^2 + 3g(c)$   
 (C) किसी  $c \in [0, 1]$  के लिये  $(f(c))^2 + 3f(c) = (g(c))^2 + g(c)$   
 (D) किसी  $c \in [0, 1]$  के लिये  $(f(c))^2 = (g(c))^2$

45. माना कि  $a \in \mathbb{R}$  तथा  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  निम्न के द्वारा

$$f(x) = x^5 - 5x + a$$

परिभाषित है। तब

- (A)  $a > 4$  के लिये  $f(x)$  के तीन वास्तविक मूल (real roots) हैं।  
 (B)  $a > 4$  के लिये  $f(x)$  का केवल एक वास्तविक मूल है।  
 (C)  $a < -4$  के लिये  $f(x)$  के तीन वास्तविक मूल हैं।  
 (D)  $-4 < a < 4$  के लिये  $f(x)$  के तीन वास्तविक मूल हैं।

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= 25 - 4 \cdot 5 \cdot a \\ &= 25 - 20a \quad \Rightarrow \quad f(x) = \log(\sec x + \tan x)^3 \\ &= 25 - 20a \quad \Rightarrow \quad f(x) = \log(\sec x - \tan x)^3 \\ &\Rightarrow f(x) = \log(x^2 - 5x + 5) \\ &\Rightarrow f(x) = \log(x^2 - 2x - 3x^2 + 6x^2 - 25 - 4 + 5) \\ &\Rightarrow f(x) = \log(x^2 - 5x + 5) \\ &\Rightarrow f(x) = \log(x^2 - 5x + 5) \end{aligned}$$

46. माना कि  $f: [a, b] \rightarrow [1, \infty)$  एक संतत फलन है तथा  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  निम्नानुसार

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{यदि } x < a, \\ \int_a^x f(t) dt & \text{यदि } a \leq x \leq b, \\ \int_a^b f(t) dt & \text{यदि } x > b. \end{cases}$$

परिभाषित है। तब

- (A) a पर  $g(x)$  संतत (continuous) है परन्तु अवकलनीय (differentiable) नहीं है।
- (B)  $\mathbb{R}$  पर  $g(x)$  अवकलनीय है।
- (C) b पर  $g(x)$  संतत है परन्तु अवकलनीय नहीं है।
- (D) a या b पर  $g(x)$  संतत एवम् अवकलनीय है परन्तु दोनों पर नहीं।

47. माना कि  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  निम्न के द्वारा

$$f(x) = \int_{\frac{1}{x}}^x e^{-(t+\frac{1}{t})} \frac{dt}{t}$$



परिभाषित है। तब

- (A)  $[1, \infty)$  पर  $f(x)$  एकदिष्ट वर्धमान (monotonically increasing) है।
- (B)  $(0, 1)$  पर  $f(x)$  एकदिष्ट ह्रासमान (monotonically decreasing) है।
- (C) सभी  $x \in (0, \infty)$  के लिये,  $f(x) + f(\frac{1}{x}) = 0$
- (D)  $\mathbb{R}$  पर  $f(2^x)$ ,  $x$  का एक विषम फलन (odd function) है।

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$f(x) = \begin{cases} e^{-(t+\frac{1}{t})} \frac{1}{t} & \text{for } t > 1 \\ 1 & \text{for } t = 1 \\ e^{-(t+\frac{1}{t})} \frac{1}{t} & \text{for } 0 < t < 1 \end{cases}$$

48. माना कि दो  $3 \times 3$  आव्यूह (matrices)  $M$  तथा  $N$  इस प्रकार हैं कि  $MN = NM$  है। यदि  $M \neq N^2$  तथा  $M^2 = N^4$  हो, तो
- (A)  $(M^2 + MN^2)$  के सारणिक (determinant) का मान शून्य है।
- (B) एक ऐसा  $3 \times 3$  शून्यतर (non-zero) आव्यूह  $U$  है जिसके लिये  $(M^2 + MN^2)U$  शून्य आव्यूह है।
- (C)  $(M^2 + MN^2)$  के सारणिक का मान  $\geq 1$  है।
- (D)  $3 \times 3$  आव्यूह  $U$  जिसके लिये  $(M^2 + MN^2)U$  शून्य आव्यूह है तो  $U$  भी एक शून्य आव्यूह होगा।

49. बिन्दु  $P(\lambda, \lambda, \lambda)$  से रेखाओं  $y = x, z = 1$  तथा  $y = -x, z = -1$  पर डाले गये लम्ब (perpendicular) क्रमशः  $PQ$  तथा  $PR$  हैं।

यदि  $\angle QPR$  समकोण (right angle) है तो  $\lambda$  का(के) सम्भावित मान है(हैं) :

- (A)  $\sqrt{2}$       (B) 1      (C) -1      (D)  $-\sqrt{2}$

50. माना कि  $2 \times 2$  सममित आव्यूह (symmetric matrix)  $M$  के सभी अवयव (elements) पूर्णांक (integer) हैं। तब  $M$  व्युत्क्रमणीय (invertible) है, यदि

- (A)  $M$  का पहला स्तम्भ  $M$  की दूसरी पंक्ति का परिवर्त (transpose) है।
- (B)  $M$  की दूसरी पंक्ति  $M$  के पहले स्तम्भ का परिवर्त है।
- (C)  $M$  एक विकर्ण आव्यूह (diagonal matrix) है जिसके मुख्य विकर्ण (main diagonal) के अवयव शून्यतर (non-zero) हैं।
- (D)  $M$  के मुख्य विकर्ण (main diagonal) के अवयवों का गुणनफल किसी भी पूर्णांक का वर्ग नहीं है।

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$\begin{aligned} &P(\lambda, \lambda, \lambda) \\ &Q(x_1, y_1, z_1) \\ &R(x_2, y_2, z_2) \\ &\text{Distance } PQ = \sqrt{(\lambda-x)^2 + (\lambda-y)^2 + (\lambda-z)^2} \\ &\text{Distance } PR = \sqrt{(\lambda-x)^2 + (\lambda-y)^2 + (\lambda-z)^2} \\ &\text{Distance } QR = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2 + (z_1-z_2)^2} \end{aligned}$$

$$6\lambda - 4x = 0 \quad \frac{\partial}{\partial x} = 0$$

$$6\lambda - 4y = 0 \quad \frac{\partial}{\partial y} = 0$$

$$6\lambda - 4z = 0 \quad \frac{\partial}{\partial z} = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \lambda & \lambda & \lambda \\ 1 & \lambda & \lambda & \lambda \\ 1 & \lambda & \lambda & \lambda \\ 1 & \lambda & \lambda & \lambda \end{vmatrix} = 0$$

\*6 
$$(1-\lambda)(1-\lambda)(1-\lambda)(1-\lambda) + (1-\lambda)(1-\lambda)(1-\lambda) = 0$$

$$2(1-\lambda) + 2(1-\lambda) + (1-\lambda)(1-\lambda) = 0$$

## खण्ड - 2 : (एक पूर्णांक मान सही प्रकार)

इस खण्ड में 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न को हल करने पर परिणाम 0 से 9 (दोनों शामिल) के बीच का एक पूर्णांक मान सही होगा।

51. माना कि  $f: [0, 4\pi] \rightarrow [0, \pi]$ ,  $f(x) = \cos^{-1}(\cos x)$  के द्वारा परिभाषित है। तब  $[0, 4\pi]$  में समीकरण

$$f(x) = \frac{10-x}{10}$$

को संतुष्ट करने वाले बिंदुओं की संख्या है:

o

52. एक अऋणात्मक (non-negative) पूर्णांक  $a$  जिसके लिये निम्न

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{-ax + \sin(x-1) + a}{x + \sin(x-1) - 1} \right\}^{\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}} = \frac{1}{4}$$

सत्य है, तो  $a$  का अधिकतम मान है:

53. वक्र (curve)  $(y - x^5)^2 = x(1+x^2)^2$  के बिन्दु  $(1, 3)$  पर स्पर्शरेखा (tangent) की प्रवणता (slope) है:

9

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$f(0, 4\pi) \rightarrow (0, \pi)$$

$$f(x) = \cos^{-1}(\cos x) \quad f(x) = x$$

$$(y - x^5)^2 = x(1+x^2)^2 \quad f(x) = \frac{(10-x)}{10}$$

$$f(x) = 1 - \frac{x}{10}$$

$$2(y - x^5)(\frac{dy}{dx} - 5x^4) = 1 - \frac{x}{10}$$

$$f'(x)$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{10}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left\{ \frac{-ax + \sin(x-1) + a}{x + \sin(x-1) - 1} \right\}^{\frac{1-x}{1-\sqrt{x}}} = 9$$



54. समतल में स्थित किसी बिन्दु  $P$  से रेखाओं  $x - y = 0$  तथा  $x + y = 0$  की दूरी क्रमशः  $d_1(P)$  तथा  $d_2(P)$  है। यदि क्षेत्र  $R$  उन सभी बिन्दुओं  $P$  से बना है जो प्रथम चतुर्थांश (quadrant) में स्थित हैं तथा  $2 \leq d_1(P) + d_2(P) \leq 4$  को सन्तुष्ट करते हैं, तब क्षेत्र  $R$  का क्षेत्रफल है:

8

55. माना कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  तथा  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , क्रमशः  $f(x) = |x| + 1$  तथा  $g(x) = x^2 + 1$  द्वारा परिभाषित हैं। माना कि फलन  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$2 \quad h(x) = \begin{cases} \text{अधिकतम } \{f(x), g(x)\} & \text{यदि } x \leq 0, \\ \text{न्यूनतम } \{f(x), g(x)\} & \text{यदि } x > 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \theta & 1-1 \\ h(x) \end{matrix}$$

द्वारा परिभाषित है। जहाँ  $h(x)$  अवकलनीय (differentiable) नहीं है, उन बिन्दुओं की संख्या है:

56. माना कि  $n \geq 2$  एक पूर्णांक है। एक वृत पर  $n$  विभिन्न बिन्दु लेकर उन बिन्दुओं के प्रत्येक युग्म को रेखाखण्ड से जोड़। इन रेखाखण्डों में से आसन्न बिन्दुओं (adjacent points) को जोड़ने वाले प्रत्येक रेखाखण्ड को नीला तथा अन्य रेखाखण्डों को लाल रंग दें। यदि लाल व नीले रेखाखण्डों की संख्या समान है, तो  $n$  का मान है :

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{4^{\frac{1}{h}} - 1}{h} \quad \left( \frac{-a(h+1) + \sin(h+1) - 1}{(h+1)} + \frac{a(h+1) + \sin(h+1) + 1}{(h+1)} \right) \frac{1 - (1+h)}{1 - \sqrt{1+h}}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-ah - a + \sin h + a}{(h+1) + \sin h - 1} \cdot \frac{h}{1 - \sqrt{1+h}} = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{0 - a + 0 + a}{1 - 1} = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{-a - 0 + \cosh - 0}{1 + \cosh - 1} \cdot \left( \frac{1}{1 - \frac{1}{2\sqrt{1+h}}} \right) = 1$$

$$(\frac{1-a}{2})^2 = \frac{1}{4} - a + 1 \quad 25 \quad \left( \frac{1-a}{2} \right)^{\frac{1}{1-\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1-a}{2} = \frac{1+a}{2} \quad 1 - a \leq 1$$

$$1 - a = 1 + a \quad 1 - a = 1 - r \quad \frac{2}{4} = \frac{2}{2}$$

57. माना कि  $\vec{a}, \vec{b}$ , तथा  $\vec{c}$  तीन असमतलीय (non-coplanar) इकाई सदिश हैं, जिनके प्रत्येक युग्म के मध्य का कोण  $\frac{\pi}{3}$  है। यदि  $\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$  जहाँ  $p, q$  एवं  $r$  अदिश (scalars) हैं, तब  $\frac{p^2 + 2q^2 + r^2}{q^2}$  का मान है:

58. निम्न

$$\int_0^1 4x^3 \left\{ \frac{d^2}{dx^2} (1-x^2)^5 \right\} dx$$

का मान है :

59. यदि  $n_1 < n_2 < n_3 < n_4 < n_5$  इस प्रकार के धनात्मक पूर्णांक हैं जिनके लिये  $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 = 20$  है। तब ऐसे विभिन्न विन्यासों (distinct arrangements)  $(n_1, n_2, n_3, n_4, n_5)$  की कुल संख्या है:

60. माना कि  $a, b, c$  धनात्मक पूर्णांक (positive integer) हैं तथा  $\frac{b}{a}$  एक पूर्णांक है। यदि  $a, b, c$  गुणोत्तर श्रेणी (geometric progression) में हैं तथा  $a, b, c$  का समान्तर माध्य (arithmetic mean)  $b+2$  है, तो

$$\frac{a^2 + a - 14}{a + 1}$$

का मान है:

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$\int_0^1 4x^3 \left\{ \frac{d^2}{dx^2} (1-x^2)^5 \right\} dx$$

$$= 4x^3 \left( \frac{d^2}{dx^2} (1-x^2)^5 \right) \Big|_0^1$$

$$= 4x^3 \left( 20(1-x^2)^3 \cdot (-2x) \right) \Big|_0^1$$

$$= 4x^3 \left( -40(1-x^2)^3 \right) \Big|_0^1$$

$$= 4x^3 \left( -40(1-1^2)^3 \right) \Big|_0^1$$

$$= 4x^3 \left( -40(1-0)^3 \right) \Big|_0^1$$

$$= 4x^3 \left( -40 \right) \Big|_0^1$$

$$= 4 \cdot 1^3 \left( -40 \right) - 4 \cdot 0^3 \left( -40 \right)$$

$$= 4 \cdot (-40) - 0$$

$$= -160$$

कच्चे कार्य के लिए स्थान

$$\frac{b}{a} = x$$

$$b^2 = ac$$

$$b+2 = \frac{a+c}{2}$$

$$\frac{10}{2} = 6$$

$$2b+4 = a+c$$

$$\frac{4-2-14}{-2+1} = \frac{4-16}{-1} \quad a = 2b+4-c$$

$$\frac{10}{2} - 2(y+x^5) \left( \frac{dy}{dx} - 5x^4 \right)$$

$$d = \frac{b-a}{b-a} = \frac{b+2}{b+2}$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$\frac{x(2(1+x^2)(2x) + (1+x^2)^2)}{x(2(1+x^2)(2x) + (1+x^2)^2 + 5x^4)} \times 5$$

$$c = \frac{b^2}{1}$$

$$a = -2$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$\frac{4+2-14}{-2+1} = -12$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$\frac{b^2 + 2b - 18 - 4 - 9}{2b + 4 - 2b - 4 - 9}$$

$$\frac{4-16}{-1} = -12$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$\frac{b^2 + 2b - 18 - 4 - 9}{4 - c - 22}$$

$$b+2 = \frac{b-a}{a+1} = \frac{a+1}{a(c-\frac{22}{c})}$$

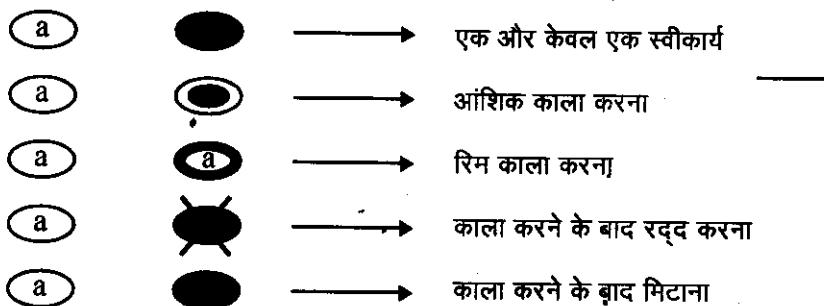
$$a = -2$$



## D. अंकन योजना

16. खंड 1 में हर प्रश्न में सभी सही उत्तर (उत्तरों) वाले बुलबुले (बुलबुलों) को काला करने पर 3 अंक प्रदान किए जायेंगे और कोई भी बुलबुला काला नहीं करने पर शून्य अंक प्रदान किए जायेंगे। इस खंड के प्रश्नों में गलत उत्तर देने पर कोई ऋणात्मक अंक नहीं दिये जायेंगे।
17. खंड 2 में हर प्रश्न में केवल सही उत्तर वाले बुलबुले को काला करने पर 3 अंक प्रदान किये जायेंगे और कोई भी बुलबुला काला नहीं करने पर शून्य अंक प्रदान किए जायेंगे। इस खंड के प्रश्नों में गलत उत्तर देने पर कोई ऋणात्मक अंक नहीं दिये जायेंगे।

आपके उत्तर के मूल्यांकन के लिए बुलबुले को काला करने का उपयुक्त तरीका :



उत्तर का मूल्यांकन  
नहीं होगा -  
कोई अंक नहीं, कोई  
ऋणात्मक अंक नहीं

चित्र - 1 : वैध उत्तर के लिए बुलबुला भरने का सही तरीका और अवैध उत्तरों के कुछ उदाहरण।

आंशिक अंकन के अन्य तरीके जैसे बुलबुले को टिक करना या क्रॉस करना गलत होगा।



1061

चित्र - 2 : ओ.आर.एस. (ORS) पर आपके रोल नम्बर के बबल को भरने का सही तरीका। (उदाहरण रोल नम्बर : 5045231)

परीक्षार्थी का नाम	रोल नम्बर
ABHISHEK KATHERIYA	1 0 6 7 2 0 6
मैंने सभी निर्देशों को पढ़ लिया है और मैं उनका अवश्य पालन करूँगा/करूँगी।	परीक्षार्थी द्वारा भरी गई सारी जानकारी को मैंने जाँच लिया है।
अभिषेक कठेरिया	
परीक्षार्थी के हस्ताक्षर	निरीक्षक के हस्ताक्षर