P2-16-3-9

प्रश्नपत्र-2

कोड **9**

समय : 3 घंटे **अधिकतम अंक : 186**

कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें

सामान्य

1. यह मोहरबन्ध पुस्तिका आपका प्रश्नपत्र है। इसकी मुहर तब तक न तोडें जब तक इसका निर्देश न दिया जाये।
2. प्रश्नपत्र का कोड (CODE) इस प्रष्ठ के ऊपरी दायें कोने और इस पुस्तिका के पिछले प्रष्ठ के दायें कोने पर छपा है।
3. प्रश्नों का उत्तर देने के लिए अलग से दी गयी ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.) (ORS) का उपयोग करें।
4. प्रश्नपत्र कोड ओ.आर.एस. के बायें तथा दायें भाग में छापे हुए हैं। सुनिश्चित करें की यह दोनों कोड समरूप हैं तथा ये प्रश्नपत्र पुस्तिका पर छपे कोड के समान हैं। यदि नहीं, तो ओ.आर.एस. को बदलने के लिए निरीक्षक से संपर्क करें।
5. कच्चे कार्य के लिए इस पुस्तिका में खाली स्थान दिये गयें हैं।
6. इस पुस्तिका के पिछले पृष्ठ पर दिये गए स्थान में अपना नाम व रोल नंबर लिखिए एवं हस्ताक्षर बनाइये।
7. **अपराह्न 2.00 बजे** इस पुस्तिका की मुहर तोड़ने के बाद कृपया जाँच लें की इसमें **36** पृष्ठ हैं और सभी **54** प्रश्न और उनके उत्तर विकल्प ठीक से पढ़े जा सकते हैं। यदि नहीं, तो प्रश्नपत्र को बदलने के लिए निरीक्षक से संपर्क करें।
8. परीक्षार्थी प्रश्नपत्र को परीक्षा की समाप्ती पर ले जा सकते हैं।

ऑप्टिकल रिस्पांस शीट (ओ.आर.एस.)

9. दी गयी ओ.आर.एस. (ऊपरी शीट) के साथ परीक्षार्थी की शीट (निचली शीट) संलग्न है। परीक्षार्थी की शीट ओ.आर.एस. कि कार्बन-रहित प्रति है।
10. ओ.आर.एस. पर अनुरूप बुलबुलों (bubbles) को पर्याप्त दबाव डालकर काला करें। ऐसा करने से परीक्षार्थी की शीट पर भी अनुरूप स्थान पर चिन्ह लग जायेगा।
11. ओ.आर.एस. को परीक्षा के समापन पर निरीक्षक के द्वारा एकत्र कर लिया जाएगा।
12. परीक्षा के समापन पर आपको परीक्षार्थी की शीट ले जाने की अनुमति है।
13. ओ.आर.एस. में हेर-फेर/विकृति न करें। **ओ.आर.एस. का कच्चे काम के लिए प्रयोग न करें।**
14. अपना नाम, रोल नंबर एवं परीक्षा केंद्र का कोड ओ.आर.एस. में दिए गए खानों में कलम से लिखें और अपने हस्ताक्षर करें। **इनमें से कोई भी विवरण ओ.आर.एस. में कहीं और न लिखें।** रोल नंबर के हर अंक के नीचे अनुरूप बुलबुले को काला करें।

ओ.आर.एस. पर बुलबुलों को काला करने की विधि

15. ओ.आर.एस. के बुलबुलों को **काले बॉल पॉइन्ट कलम** से काला करें।
16. बुलबुले ◯ को **पूर्ण रूप** से काला करें।
17. बुलबुले को काला करने का उपयुक्त तरीका है: ⬤
18. ओ.आर.एस. मशीन-जाँच्य है। सुनिश्चित करें की बुलबुले सही विधि से काले किए गयें हैं।
19. बुलेबुले को **तभी काला करें** जब आप उत्तर के बारे में निश्चित हो। काले किए हुए बुलबुले को मिटाने अथवा साफ करने का कोई तरीका **नहीं** है।

कृपया शेष निर्देशों के लिये इस पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठ को पढ़ें।

		534079

निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहर न तोड़ें

** 9

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

भाग I : भौतिक विज्ञान

खंड 1 (अधिकतम अंक : 18)

- इस खंड में **छह** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें **केवल एक** ही सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।

ऋण अंक : −1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.1 त्रिज्या R वाले एक गोलाकार नाभिक (nucleus) में Z प्रोटोन समानरूप से वितरित है। ऐसे नाभिक की स्थिर विद्युत् ऊर्जा नीचे समीकरण में दी गई है

$$E = \frac{3}{5}\frac{Z(Z-1)e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

न्यूट्रॉन, ${}^{1}_{1}H$, ${}^{15}_{7}N$ एवं ${}^{15}_{8}O$ नाभिकों (nuclei) के मापे गये द्रव्यमान क्रमशः 1.008665 u, 1.007825 u, 15.000109 u एवं 15.003065 u हैं। ${}^{15}_{7}N$ और ${}^{15}_{8}O$ नाभिकों की त्रिज्यायें समान दी गई हैं। 1 u = 931.5 MeV/c^2 (जहां पर c प्रकाश की गति है) और $e^2/(4\pi\varepsilon_0) = 1.44$ MeV fm। यदि ${}^{15}_{7}N$ और ${}^{15}_{8}O$ की बंधक ऊर्जाओं का अंतर सिर्फ स्थिर विद्युत् ऊर्जा के कारण है, तो दोनों में से किसी भी नाभिक की त्रिज्या क्या होगी?

(1 fm = 10^{-15} m)

(A) 2.85 fm (B) 3.03 fm (C) 3.42 fm (D) 3.80 fm

Q.2 एक पतले तार PQ के छोर Q को अन्य पतले तार RS के छोर R पर टांका लगाकर (soldered) जोड़ा गया है। 10 °C पर दोनों तारों की लम्बाई 1 m है। अब इस निकाय के छोर P तथा छोर S को क्रमशः 10 °C तथा 400 °C पर स्थिर रखा जाता है। यह निकाय चारों ओर से ऊष्मारोधी है। यदि तार PQ की ऊष्म चालकता तार RS की ऊष्म चालकता से दुगुनी है तथा तार PQ का रेखीय ऊष्मित वृद्धि गुणांक (coefficient of linear thermal expansion) $1.2 \times 10^{-5}\,K^{-1}$ है, तब तार PQ की लम्बाई में परिवर्तन का मान है

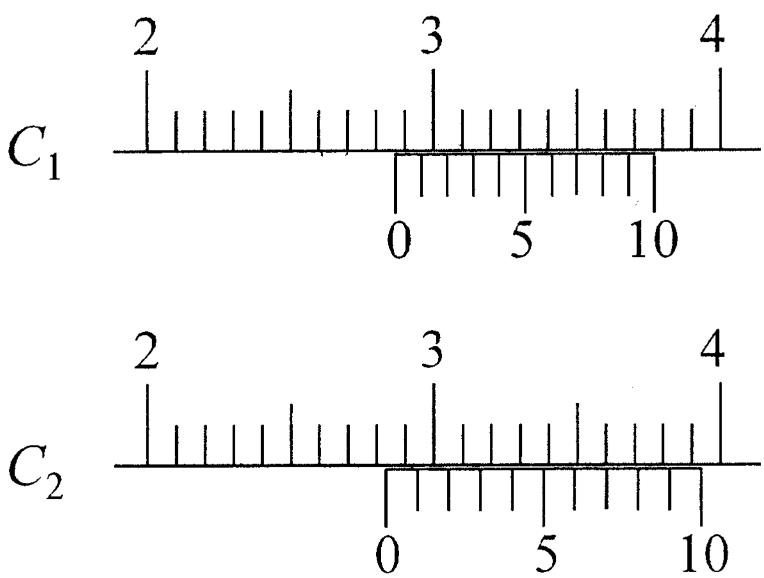
(A) 0.78 mm (B) 0.90 mm (C) 1.56 mm (D) 2.34 mm

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.3 एक नाभिकीय प्रयोगशाला में दुर्घटना की वजह से रेडियोएक्टिव पदार्थ की कुछ मात्रा जमा हो गयी, जिसकी अर्धायु 18 दिनों की है। परीक्षण से पता चला कि प्रयोगशाला में विकिरण का स्तर सुरक्षित स्तर से 64 गुणा ज्यादा था। न्यूनतम कितने दिनों के बाद प्रयोगशाला काम करने के लिए सुरक्षित होगी?

(A) 64 (B) 90 (C) 108 (D) 120

Q.4 दो वर्नियर कैलिपर्स इस तरह से हैं कि उनके मुख्य पैमाने का 1 cm, 10 समभागों में विभाजित है। एक कैलिपर (C_1) के वर्नियर पैमाने पर 10 बराबर भाग हैं जो कि मुख्य पैमाने के 9 भागों के बराबर है। दूसरे कैलिपर (C_2) के वर्नियर पैमाने पर भी 10 बराबर भाग हैं जो कि मुख्य पैमाने के 11 भागों के बराबर हैं। दोनों कैलिपर्स के पठनों को चित्र में दर्शाया गया है। C_1 तथा C_2 द्वारा मापे गए सही मान (cm में) क्रमशः हैं



(A) 2.87 एवं 2.86 (B) 2.87 एवं 2.87 (C) 2.87 एवं 2.83 (D) 2.85 एवं 2.82

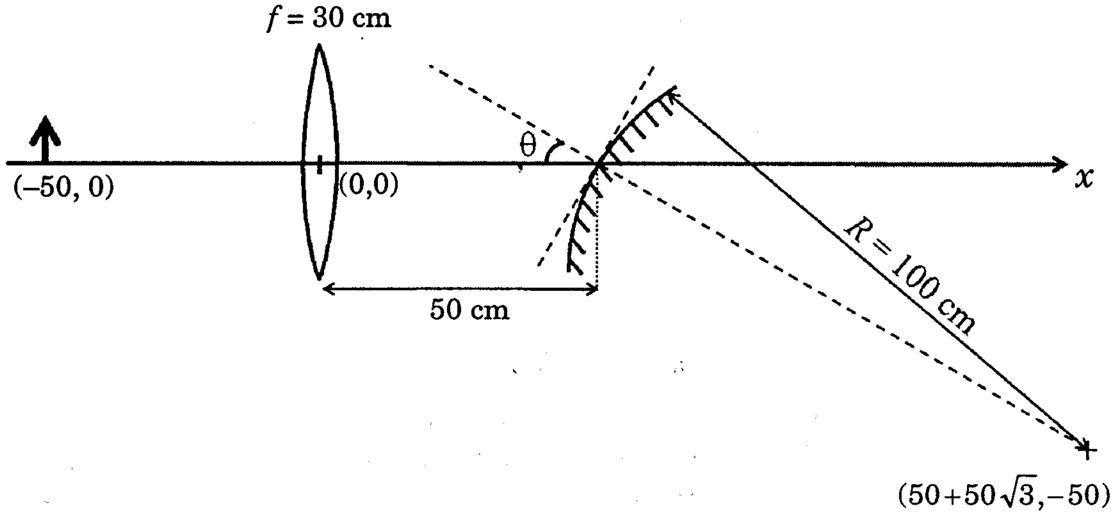
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.5 एक खोखले बेलन, जिसमें एक घर्षण-रहित चलायमान पिस्टन लगा है, में एक गैस बंद है। निकाय की प्रारम्भिक ऊष्मागतिकी अवस्था (thermodynamic state) में गैस का दबाव $P_i = 10^5$ Pa एवं आयतन $V_i = 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$ है। एक रुद्धोष्म स्थैतिककल्प (adiabatic quasi-static) की प्रक्रिया, जिसमें $P^3V^5 =$ स्थिरांक है, से निकाय अंतिम ऊष्मागतिकी अवस्था ($P_f = (1/32) \times 10^5$ Pa एवं $V_f = 8 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$) में परिवर्तित हो जाता है। एक दूसरी ऊष्मागतिकी प्रक्रिया में वही प्रारम्भिक एवं अंतिम अवस्थाएं दो चरणों में पूर्ण की जाती हैं : पहले चरण में P_i पर समान दबाव वृद्धि (isobarie expansion) के बाद दुसरे चरण में एक समान आयतन प्रक्रिया (isochoric/isovolumetric process) V_f आयतन पर होती है। दो चरणों वाली प्रक्रिया में निकाय को दी गई ऊष्मा की मात्रा लगभग है

(A) 112 J (B) 294 J (C) 588 J (D) 813 J

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.6 एक छोटी वस्तु को 30 cm फोकस दूरी (focal length) वाले एक पतले उत्तल (convex) लेंस की बाईं ओर 50 cm की दूरी पर रखा गया है। 100 cm की वक्रता त्रिज्या वाले एक उत्तल गोलाकार दर्पण को लेंस की दाईं ओर 50 cm की दूरी पर रखा गया है। दर्पण को इस तरह से झुकाया गया है कि दर्पण का अक्ष लेंस के अक्ष से $\theta = 30°$ का कोण बनाता है, जैसा चित्र में दर्शाया गया है।



यदि निर्देशांक पद्धति का मूल बिन्दु लेंस के मध्य में हो तो जहाँ प्रतिबिंब बना है उस बिन्दु का निर्देशांक (x, y), सेंटीमीटर में, क्या होगा?

(A) $(25, 25\sqrt{3})$ (B) $(125/3, 25/\sqrt{3})$ (C) $(50 - 25\sqrt{3}, 25)$ (D) $(0, 0)$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

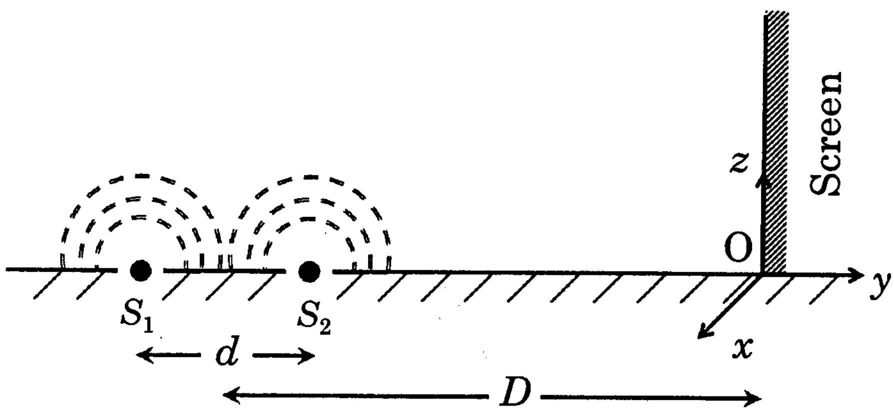
खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में **आठ** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे**:

पूर्ण अंक	:	+4	यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
आंशिक अंक	:	+1	**प्रत्येक सही विकल्प** के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है।
शून्य अंक	:	0	यदि किसी भी बुलबुले को काला **नहीं** किया है।
ऋण अंक	:	−2	अन्य सभी परिस्थितियों में।

- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प (A), (C) और (D) हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +4 अंक मिलेंगें; सिर्फ (A) और (D) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +2 अंक मिलेंगें; तथा (A) और (B) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर −2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

Q.7 एक विद्यार्थी ने यंग दो स्लिट वाले प्रयोग (Young's double slit experiment) करते समय दो स्लिटों की जगह एक बड़ी समतल अपारदर्शी पट्टी को x-y तल पर रख दिया। इस पट्टी में दो छोटे छिद्र हैं जो 600 nm तरंगदैर्ध्य प्रकाश उत्पन्न करने वाले दो कलासंबद्ध बिन्दु स्रोतों (S_1, S_2) के समान हैं। विद्यार्थी ने गलती से पर्दे (screen) को x-z तल ($z > 0$) के समानान्तर S_1S_2 के मध्य बिन्दु से $D = 3$ m की दूरी पर रख दिया, जैसा की व्यवस्था-चित्र में दिखाया गया है। स्रोतों के बीच कि दूरी $d = 0.6003$ mm है। S_1S_2 को जोड़ने वाली रेखा जहां पर्दे से मिलती है वहाँ पर मूलबिंदु O है। पर्दे पर तीव्रता प्रतिरूप (intensity pattern) के लिए निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?



(A) x-दिशा में बिन्दु O के गिर्द सममित फोकसों के साथ अतिपरवलयिक (Hyperbolic) दीप्त तथा अदीप्त पट्टियाँ

(B) बिन्दु O पर केन्द्रित अर्धवृतीय दीप्त तथा अदीप्त पट्टियाँ

(C) बिन्दु O का निकटतम क्षेत्र अदीप्त होगा

(D) x-अक्ष के समानान्तर दीप्त तथा अदीप्त सीधी पट्टियाँ

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.8 गुरुत्वीय त्वरण g के निर्धारण के एक प्रयोग में प्रयुक्त आवर्ती-गति का समयकाल का सूत्र $T = 2\pi\sqrt{\frac{7(R-r)}{5g}}$ है। R तथा r का मापा गया मान क्रमशः (60 ± 1) mm तथा (10 ± 1) mm हैं। लगातार पाँच मापन में मापा गया समयकाल 0.52 s, 0.56 s, 0.57 s, 0.54 s तथा 0.59 s हैं। समयकाल के मापन के लिए प्रयोग में लायी गयी घड़ी का अल्पतमांक 0.01 s है। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?

(A) r के मापन में त्रुटि 10% है

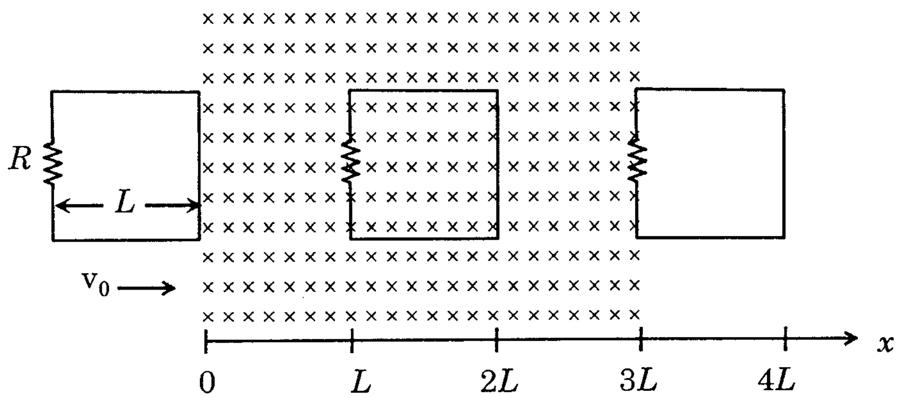
(B) T के मापन में त्रुटि 3.57% है

(C) T के मापन में त्रुटि 2% है

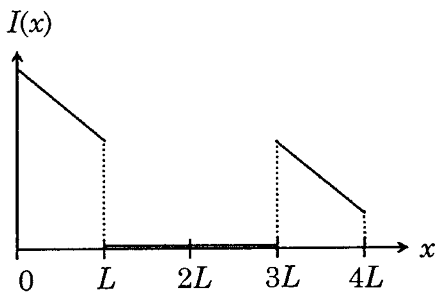
(D) g के निकाले गये मान में त्रुटि 11% है

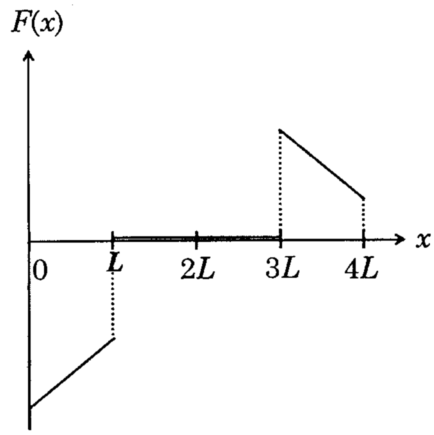
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

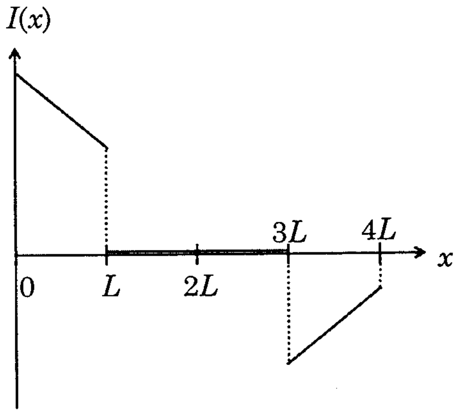
Q.9 एक वर्गीय आकृति वाला तार का द्रढ़ फंदा, जिसके भुजा की लंबाई L एवं प्रतिरोध R हैं, x-अक्ष की दिशा में एक स्थिर गति v_0 से इस कागज के प्लेन पर (plane of the paper) गतिमान है। समय $t = 0$ पर फंदे का दाहिना किनारा $3L$ लंबाई के स्थिर चुंबकीय क्षेत्र B_0 में प्रवेश करता है। चुंबकीय रेखाओं की दिशा कागज़ के प्लेन के लंबवत् अंदर की ओर हैं (जैसा चित्र में दर्शाया गया है)। v_0 का मान पर्याप्त होने पर अंततोगत्वा फंदा चुंबकीय क्षेत्र को पार करता है। मान लिजिए की फंदे की दाहिनी भुजा स्थान x पर है। फंदे की गति, फंदे में धारा एवं फंदे पर बल की x पर निर्भरता को क्रमशः $v(x)$, $I(x)$ एवं $F(x)$ से निरूपित किया गया है। वामवर्त धारा को पोजिटिव लें।

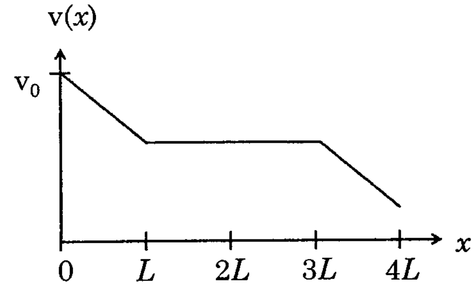


निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे व्यवस्था चित्र सही है/हैं? (गुरुत्वाकर्षण नगण्य माने)

(A)


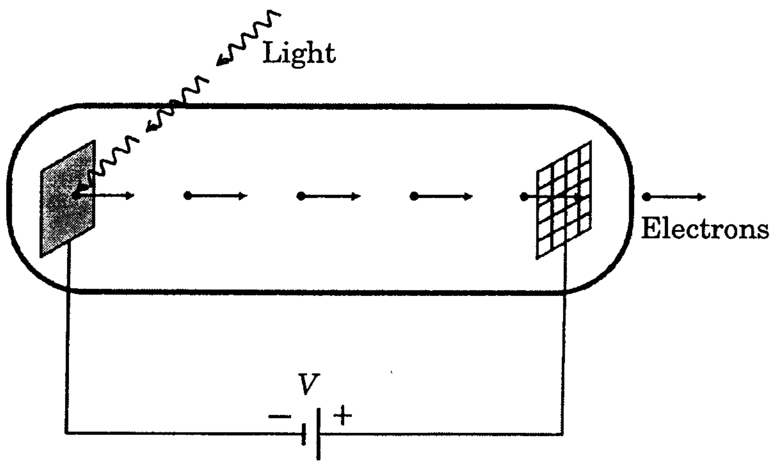
(B)


(C)


(D)


कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.10 λ_{ph} तरंगदैर्ध्य का प्रकाश निर्वात नलीका (vacuum tube) के अंदर एक कैथोड पर गिरता है, जैसा चित्र में दर्शाया गया है। कैथोड की सतह का कार्यफलन ϕ है एवं एनोड, जो की एक चालकीय पदार्थ के तारों की जाली है, कैथोड से d दूरी पर स्थित है। एलेक्ट्रोडों के बीच का विभवान्तर V स्थिर है। यदि एनोड को पार करने वाले इलेक्ट्रॉनों की न्यूनतम "द ब्रोग्ली" (de Broglie) तरंगदैर्ध्य λ_e है, निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?



(A) उच्च विभवान्तर ($V >> \phi/e$) पर अगर V को चार गुना बढ़ाया जाए तो λ_e लगभग आधा हो जाएगा

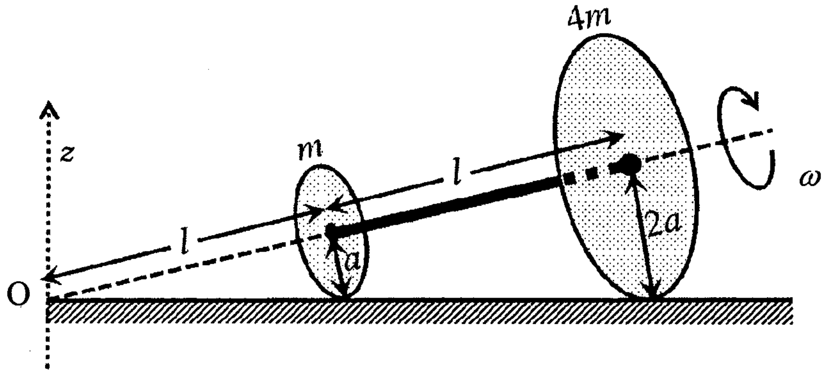
(B) अगर $\lambda_{ph} < hc/\phi$ है तो λ_{ph} के साथ λ_e एक समान दर से बढ़ेगा

(C) d को दुगुना करने पर λ_e लगभग आधा हो जाएगा

(D) ϕ और λ_{ph} को बढ़ाने पर λ_e कम होगा

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.11 m तथा $4m$ द्रव्यमान वाली दो पतली वृताकार चत्रिकाएँ (discs), जिनकी त्रिज्यायें क्रमशः a तथा $2a$ हैं, के केन्द्रों को $l=\sqrt{24}\,a$ लम्बाई की द्रव्यमान-रहित द्रढ़ (rigid) डंडी से जोड़ा गया है। इस समूह को एक मजबूत समतल सतह पर लिटाया गया है और फिसलाये बिना इस तरह से घुमाया गया है कि इसकी कोणीय गति डंडी के अक्ष के गिर्द ω है। पूरे समूह का बिन्दु 'O' के गिर्द कोणीय संवेग $\vec{L}$ है (चित्र देखियें)। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?



(A) पूरे समूह का उसके संहति-केंद्र के गिर्द कोणीय संवेग का परिमाण $17ma^2\omega/2$ है

(B) $\vec{L}$ के z-घटक का परिमाण $55ma^2\omega$ है

(C) पूरे समूह के संहति-केंद्र का बिन्दु O के गिर्द कोणीय संवेग का परिमाण $81ma^2\omega$ है

(D) पूरे समूह का संहति-केंद्र z-अक्ष के गिर्द कोणीय वेग $\omega/5$ से घूम रहा है

Q.12 दो एकसमान गेल्वेनोमीटर तथा एकसमान प्रतिरोध R वाले दो प्रतिरोधक दिये गये हैं। यदि गेल्वेनोमीटर का आंतरिक प्रतिरोध $R_C < R/2$ है, तो किसी भी एक गेल्वेनोमीटर के बारे में दिये गए निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/कौनसे सत्य है/हैं?

(A) प्राप्त कि गई वोल्टता परिसर (voltage range) अधिकतम होगी जब सभी घटक श्रेणी में जुड़े हुए हैं

(B) प्राप्त कि गई वोल्टता परिसर अधिकतम होगी जब दो प्रतिरोधक तथा एक गेल्वेनोमीटर श्रेणी में जुड़े हैं तथा दूसरा गेल्वेनोमीटर पहले गेल्वेनोमीटर के समानान्तर में जुड़ा है

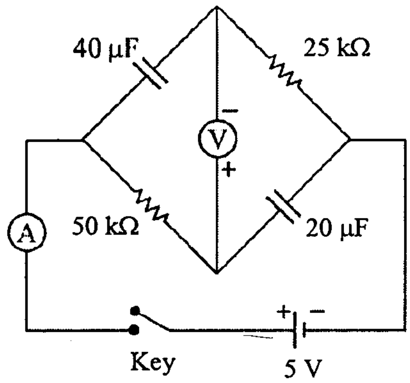
(C) प्राप्त कि गई धारा परिसर (current range) अधिकतम होगी जब सभी घटक समानान्तर में जुड़े हैं

(D) प्राप्त कि गई धारा परिसर अधिकतम होगी जब दो गेल्वेनोमीटर श्रेणी में जुड़े हैं तथा ये संयोजन प्रतिरोधकों के साथ समानान्तर में जुड़ा है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$R_c < R/2$

Q.13 नीचे दिखाये गए परिपथ में समय $t = 0$ पर बटन (key) को दबाया गया है। निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?



(A) बटन को दबाते ही वोल्टमीटर -5 V दिखाता है जबकि लंबे समय के बाद वो $+5$ V दिखाता है

(B) समय $t = \ln 2$ seconds पर वोल्टमीटर शून्य वोल्ट दिखाता है

(C) 1 second के बाद अमीटर में धारा प्रारम्भिक धारा का $1/e$ गुणा होती है

(D) लंबे समय के बाद अमीटर में धारा शून्य हो जाती है

Q.14 एक द्रव्यमान-रहित स्प्रिंग, जिसका द्रढ़ता गुणांक (stiffness constant) k है, के एक छोर पर M द्रव्यमान का एक गुटका जुडा है, तथा दूसरे छोर को द्रढ़ दीवार से जोड़ा गया है। यह गुटका एक समतल घर्षण-रहित सतह पर एक संतुलित स्थिति x_0 के गिर्द छोटे आयाम A से दोलन करता है। यहाँ दो परिस्थितियां मानिए : (i) जब गुटका x_0 पर है और (ii) जब गुटका $x = x_0 + A$ पर है। दोनों परिस्थितियों में द्रव्यमान $m(< M)$ के एक कण को गुटके पर धीरे से इस प्रकार रखा जाता है की वह तुरंत गुटके से चिपक जाता है। कण को गुटके के ऊपर रखने के बाद गति के बारे में निम्नलिखित में से कौनसा/कौनसे कथन सत्य है/हैं?

(A) पहली परिस्थिति में दोलन का आयाम $\sqrt{\frac{M}{m+M}}$ भाज्य (factor) से परिवर्तित होता है, जबकि दूसरी परिस्थिति में यह अपरिवर्तित रहता है

(B) दोनों परिस्थितियों में दोलन का अंतिम समयकाल समान है

(C) दोनों परिस्थितियों में सम्पूर्ण ऊर्जा कम हो जाती है

(D) सम्मिलित द्रव्यमानों की x_0 पर तात्क्षणिक गति दोनों परिस्थितियों में कम हो जाती है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **दो** अनुच्छेद हैं।
- प्रत्येक अनुच्छेद पर **दो** प्रश्न दिए गयें हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें **केवल एक** ही सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये** जाएंगे:

  पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

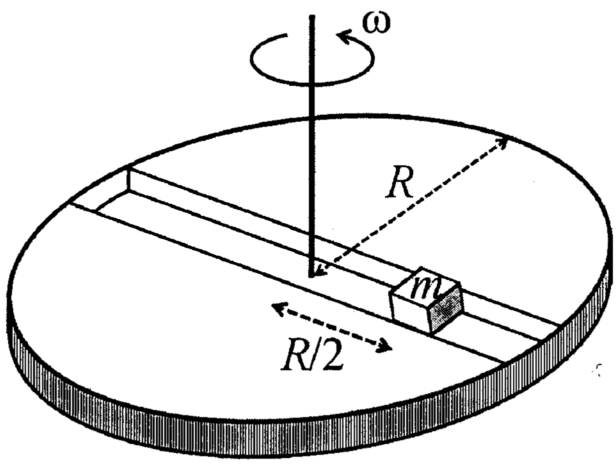
अनुच्छेद 1

एक निर्देश तंत्र जो एक जड़त्वीय निर्देश तंत्र की तुलना में त्वरित हो, अजड़त्वीय निर्देश तंत्र कहलाता है। स्थिर कोणीय वेग ω से घूमती हुई डिस्क पर बद्ध (fixed) निर्देश तंत्र अजड़त्वीय तंत्र का एक उदाहरण है। m द्रव्यमान का एक कण घूमती हुई डिस्क पर गतिमान है। गतिमान कण डिस्क पर बद्ध निर्देश तंत्र के सापेक्ष बल $\vec{F}_{\text{rot}}$ तथा एक जड़त्वीय निर्देश तंत्र के सापेक्ष बल $\vec{F}_{\text{in}}$ को महसूस करता है। $\vec{F}_{\text{rot}}$ और $\vec{F}_{\text{in}}$ के बीच का संबंध निम्नलिखित समीकरण में दिया गया है

$$\vec{F}_{\text{rot}} = \vec{F}_{\text{in}} + 2m(\vec{v}_{\text{rot}} \times \vec{\omega}) + m(\vec{\omega} \times \vec{r}) \times \vec{\omega},$$

यहाँ पर $\vec{v}_{\text{rot}}$ घूमते हुए निर्देश तंत्र में कण का वेग है तथा $\vec{r}$ कण का डिस्क के मध्य बिन्दु के सापेक्ष स्थिति सदिश (position vector) है।

मानिए कि R त्रिज्या की एक डिस्क, जिसमें व्यास के समानान्तर एक घर्षणरहित खाँचा है, एक स्थिर कोणीय गति ω से अपने अक्ष पर वामावर्त दिशा में घूम रही है। एक निर्देश तंत्र मानिए जिसका मूलबिंदु डिस्क के मध्य बिन्दु पर है एवं x-अक्ष खाँचे के समानान्तर है, y-अक्ष खाँचे के अभिलम्ब पर है एवं z-अक्ष घूमने वाली अक्ष के समानान्तर है ($\vec{\omega} = \omega\hat{k}$)। m द्रव्यमान वाले एक छोटे गुटके को समय $t = 0$ पर $\vec{r} = (R/2)\hat{i}$ बिन्दु पर धीरे से इस तरह से रखा जाता है कि वो सिर्फ खाँचे में ही चल सके।



Q.15 समय t पर गुटके की दूरी r का मान है:

(A) $\frac{R}{4}(e^{2\omega t} + e^{-2\omega t})$ (B) $\frac{R}{2}\cos 2\omega t$ (C) $\frac{R}{2}\cos \omega t$ (D) $\frac{R}{4}(e^{\omega t} + e^{-\omega t})$

Q.16 गुटके पर डिस्क की नेट प्रतिक्रिया (net reaction) है:

(A) $-m\omega^2 R\cos\omega t\,\hat{j} - mg\hat{k}$

(B) $m\omega^2 R\sin\omega t\,\hat{j} - mg\hat{k}$

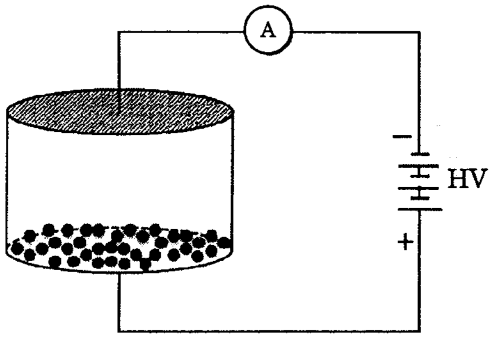
(C) $\frac{1}{2}m\omega^2 R(e^{\omega t} - e^{-\omega t})\hat{j} + mg\hat{k}$

(D) $\frac{1}{2}m\omega^2 R(e^{2\omega t} - e^{-2\omega t})\hat{j} + mg\hat{k}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

अनुच्छेद 2

h ऊंचाई वाले निर्वातित (evacuated) एक बेलनाकार कक्ष के दोनों छोरों पर दो द्रढ़ (rigid) चालक पट्टीकाएं हैं और उसका वक्रप्रष्ट अचालक है, जैसा की चित्र में दर्शाया गया है। कम भार वाली मुलायम पदार्थ से बनी हुयी कई गोलाकार गोलियाँ, जिनकी सतह पर एक चालक पदार्थ की परत चढ़ी है, नीचे वाली पट्टिका पर रखी हुई हैं। इन गोलियों की त्रिज्या $r \ll h$ है। अब एक उच्च वोल्टता का स्रोत (HV) इस तरह से जोड़ा जाता है कि नीचे वाली पट्टिका पर $+V_0$ एवं ऊपर वाली पट्टिका पर $-V_0$ का विभव आ जाता है। चालक परत के कारण गोलियाँ आवेशित होकर पट्टिका के साथ समविभव हो जाती हैं जिसके कारण वे पट्टिका से प्रतिकर्षित होती हैं। अंततोगत्वा गोलियाँ ऊपरी पट्टिका से टकराती हैं, जहाँ पर गोलियों के पदार्थ की मुलायम प्रकृति के कारण प्रत्यवस्थान गुणांक (coefficient of restitution) को शून्य लिया जा सकता है। कक्ष में विद्युत क्षेत्र को समानान्तर पट्टिका वाले संधारित्र के समान माना जा सकता है। गोलियों की एक दूसरे से पारस्परिक क्रिया एवं टकराव को नगण्य माना जा सकता है। (गुरुत्वाकर्षण नगण्य है।)



Q.17 निम्नलिखित में से कौनसा कथन सत्य है?

(A) गोलियाँ जिस आवेश के साथ ऊपर जाती हैं उसके विपरीत आवेश के साथ उछलकर निचली पट्टिका पर वापस आ जाती हैं

(B) गोलियाँ दोनों पट्टिकाओं के बीच सरल आवर्त गति निष्पाद करेंगी

(C) गोलियाँ जिस आवेश के साथ ऊपर जाती हैं उसी आवेश के साथ उछलकर निचली पट्टिका पर वापस आ जाती हैं

(D) गोलियाँ ऊपरी पट्टिका पर चिपककर वहीं रह जाती हैं

Q.18 परिपथ में लगाए अमीटर में स्थायी अवस्था में औसत धारा

(A) $V_0^{1/2}$ के समानुपाती होगी
(B) V_0^2 के समानुपाती होगी
(C) V_0 के समानुपाती होगी
(D) का मान शून्य होगा

भाग I : भौतिक विज्ञान का अंत

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

भाग II : रसायन विज्ञान

खंड 1 (अधिकतम अंक : 18)

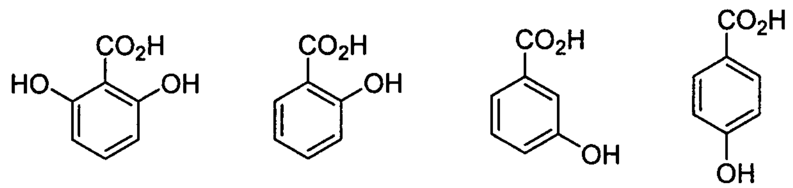
- इस खंड में **छह** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें **केवल एक** ही सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।

ऋण अंक : −1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.19 निम्नलिखित यौगिकों की अम्लता का सही क्रम है



I II III IV

(A) I > II > III > IV

(B) III > I > II > IV

(C) III > IV > II > I

(D) I > III > IV > II

Q.20 Ni^{2+}, Pt^{2+} तथा Zn^{2+} के अमोनिया संकुलों की ज्यामितियाँ क्रमशः हैं

(A) अष्टफलकीय, वर्ग समतली तथा चतुष्फलकीय

(B) वर्ग समतली, अष्टफलकीय तथा चतुष्फलकीय

(C) चतुष्फलकीय, वर्ग समतली तथा अष्टफलकीय

(D) अष्टफलकीय, चतुष्फलकीय तथा वर्ग समतली

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.21 298 K पर निम्नलिखित वैद्युत-रासायनिक सेल (electrochemical cell),

$$\mathrm{Pt}(s)\big|\mathrm{H_2}(g, 1\,\mathrm{bar})\big|\mathrm{H^+}(aq, 1\,\mathrm{M})\big\|\mathrm{M^{4+}}(aq), \mathrm{M^{2+}}(aq)\big|\mathrm{Pt}(s)$$

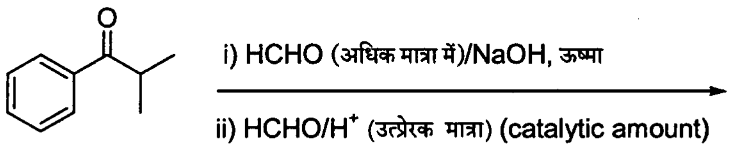
के लिये $E_{cell} = 0.092\ \mathrm{V}$ जब $\dfrac{[\mathrm{M^{2+}}(aq)]}{[\mathrm{M^{4+}}(aq)]} = 10^x$

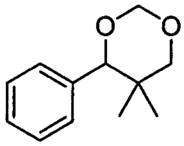
मान लीजिए की : $E^0_{\mathrm{M^{4+}}/\mathrm{M^{2+}}} = 0.151\ \mathrm{V}; 2.303\dfrac{RT}{F} = 0.059\ \mathrm{V}$, तब

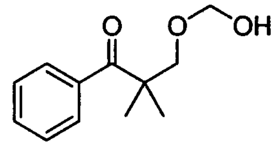
x का मान क्या होगा?

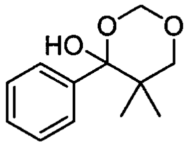
(A) −2 (B) −1 (C) 1 (D) 2

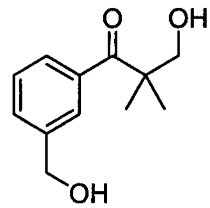
Q.22 निम्नलिखित अभिक्रिया अभिक्रम का मुख्य उत्पाद है



(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

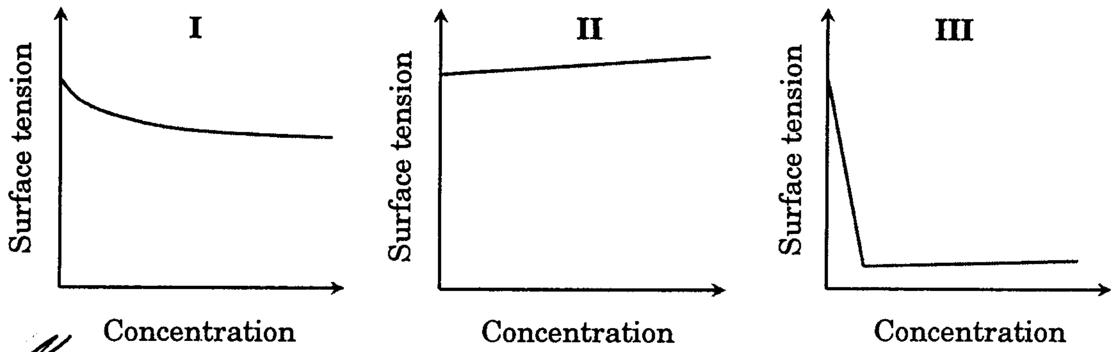
Q.23 जलीय विलयन में निम्नलिखित अभिक्रिया अभिक्रम में, स्पीशीज़ (species) **X, Y** तथा **Z** क्रमशः हैं

$$S_2O_3^{2-} \xrightarrow{Ag^+} \underset{\text{साफ विलयन}}{X} \xrightarrow{Ag^+} \underset{\text{सफेद अवक्षेप}}{Y} \xrightarrow{\text{समय के साथ}} \underset{\text{काला अवक्षेप}}{Z}$$

(A) $[Ag(S_2O_3)_2]^{3-}, Ag_2S_2O_3, Ag_2S$ (B) $[Ag(S_2O_3)_3]^{5-}, Ag_2SO_3, Ag_2S$

(C) $[Ag(SO_3)_2]^{3-}, Ag_2S_2O_3, Ag$ (D) $[Ag(SO_3)_3]^{3-}, Ag_2SO_4, Ag$

Q.24 नीचे दिये गुणात्मक रेखाचित्र **I, II** तथा **III** सामान्य ताप पर KCl, CH_3OH तथा $CH_3(CH_2)_{11}OSO_3^-Na^+$ के तीन भिन्न जलीय विलयनों की मोलर सांद्रता (concentration) के साथ पृष्ठ तनाव (surface tension) के परिवर्तन को दर्शाते हैं। रेखाचित्रों का सही निर्दिष्टीकरण क्या है?



(A) **I** : KCl **II** : CH_3OH **III** : $CH_3(CH_2)_{11}OSO_3^-Na^+$

(B) **I** : $CH_3(CH_2)_{11}OSO_3^-Na^+$ **II** : CH_3OH **III** : KCl

(C) **I** : KCl **II** : $CH_3(CH_2)_{11}OSO_3^-Na^+$ **III** : CH_3OH

(D) **I** : CH_3OH **II** : KCl **III** : $CH_3(CH_2)_{11}OSO_3^-Na^+$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में **आठ** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे**:

पूर्ण अंक : +4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।

आंशिक अंक : +1 **प्रत्येक सही विकल्प** के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला **नहीं** किया है।

शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला **नहीं** किया है।

ऋण अंक : −2 अन्य सभी परिस्थितियों में।

- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प (A), (C) और (D) हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +4 अंक मिलेंगें; सिर्फ (A) और (D) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +2 अंक मिलेंगें; तथा (A) और (B) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर −2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

Q.25 'अपवृत शर्करा' ('invert sugar') के लिये सही कथन है/हैं

(दिया है: (+)-सूक्रोज़ (sucrose), (+)-मॉल्टोज़ (maltose), L-(−)-ग्लूकोज़ (glucose) तथा L-(+)-फ्रुक्टोज़ (fructose) का जलीय विलयन में विशिष्ट ध्रुवण घूर्णन (specific rotations) क्रमशः +66°, +140°, −52° तथा +92° है)

(A) 'अपवृत शर्करा' मॉल्टोज़ के अम्ल-उत्प्रेरित (acid catalyzed) जल-अपघटन (hydrolysis) से बनाया जाता है

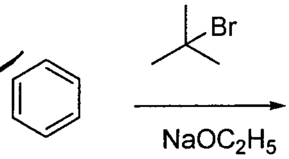
(B) 'अपवृत शर्करा' D-(+)-ग्लूकोज़ तथा D-(−)-फ्रुक्टोज़ का समअणुक (equimolar) मिश्रण है

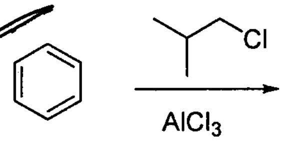
(C) 'अपवृत शर्करा' का विशिष्ट ध्रुवण घूर्णन −20° है

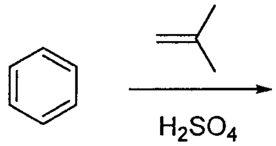
(D) Br_2 जल से अभिक्रिया करने पर 'अपवृत शर्करा' उत्पादों में से एक उत्पाद के रूप में, सैकेरिक अम्ल (saccharic acid) बनाती है

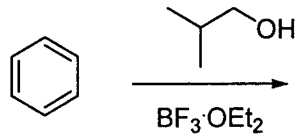
कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.26 निम्नलिखित में टर्ट–ब्यूटिल बेन्जीन (*tert*-butyl benzene) मुख्य उत्पाद के रूप में देने वाली अभिक्रिया(यें) है (हैं)

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

Q.27 कॉपर पाइराइट ($CuFeS_2$) से कॉपर (ताँबा) के निष्कर्षण में क्या संलिप्त है (हैं)?

(A) दलन तथा फेन–प्लवन (froth-flotation) द्वारा अयस्क का सांद्रण

(B) लोहे का धातुमल के रूप में निष्कासन

(C) SO_2 निकास के पश्चात 'फफोलेदार ताँबे' ('blister copper') के उत्पाद के लिये स्वः–अपचयन का पग

(D) कार्बन अपचयन द्वारा 'फफोलेदार ताँबे' का शोधन

Q.28 घनीय निविड संकुलित (cubic close packed) (*ccp*) त्रिविमीय संरचना के लिये सही कथन है/हैं

(A) एक परमाणु जो सर्वोच्च परत (topmost layer) में उपस्थित है उसके निकटतम प्रतिवेशियों (पड़ोसियों) की संख्या 12 है।

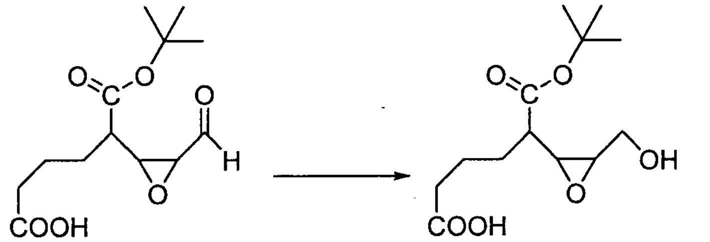
(B) परमाणु की संकुलन क्षमता 74% है

(C) अष्टफलकीय तथा चतुष्फलकीय रिक्तियों की संख्या प्रति परमाणु क्रमशः 1 तथा 2 हैं

(D) एक कोष्ठिका के कोर (unit cell edge) की लम्बाई परमाणु की त्रिज्या का $2\sqrt{2}$ गुना है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.29 निम्नलिखित रूपान्तरण के लिये किन अभिकारक (अभिकारको) (reagent(s)) का उपयोग किया जा सकता है (हैं)?



(A) $(C_2H_5)_2O$ में $LiAlH_4$
(B) THF में BH_3
(C) C_2H_5OH में $NaBH_4$
(D) THF में राने (Raney) Ni/H_2

Q.30 मिश्रण जो 35 °C पर राउल्ट नियम (Raoult's law) से धनात्मक विचलन प्रदर्शित करता है (करते हैं)

(A) कार्बन टेट्राक्लोराइड + मेथेनॉल
(B) कार्बन डाइसल्फाइड + एसीटोन
(C) बेन्जीन + टॉल्वीन
(D) फीनॉल + एनिलीन

Q.31 HNO_3 की P_4O_{10} के साथ अभिक्रिया में उत्पादित नाइट्रोजन अन्तर्विष्ट यौगिक

(A) P_4 तथा HNO_3 की अभिक्रिया से भी बनाया जा सकता है
(B) प्रतिचुम्बकीय (diamagnetic) है
(C) में एक N-N बन्ध अन्तर्विष्ट है
(D) Na धातु से अभिक्रिया कर एक भूरी (brown) गैस उत्पादित करता है

Q.32 अणु कक्षक सिद्धान्त (Molecular Orbital Theory) के अनुसार

(A) C_2^{2-} प्रत्याशित रूप से प्रतिचुम्बकीय (diamagnetic) है
(B) O_2^{2+} की आबंध लम्बाई (bond length) प्रत्याशित रूप से O_2 की आबंध लम्बाई से लम्बी है
(C) N_2^+ तथा N_2^- की आबंध कोटि (bond order) समान है
(D) He_2^+ की ऊर्जा दो एकल (isolated) He परमाणुओं की ऊर्जा के समान है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **दो** अनुच्छेद हैं।
- प्रत्येक अनुच्छेद पर **दो** प्रश्न दिए गयें हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें **केवल एक** ही सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे**:

  पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

  शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

अनुच्छेद 1

298 K पर गैसीय (gaseous) X_2 का गैसीय X में ऊष्मा-अपघटन (thermal decomposition) निम्नलिखित समीकरण

$$X_2(g) \rightleftharpoons 2X(g)$$

के अनुसार होता है। इस अभिक्रिया की मानक अभिक्रिया गिब्स ऊर्जा (standard reaction Gibbs energy), $\Delta_r G^\circ$, धनात्मक है। अभिक्रिया के प्रारम्भ में X_2 का 1 मोल है तथा X नहीं है। जैसे-जैसे यह अभिक्रिया बढ़ती है, निर्मित X के मोलों की संख्या β द्वारा दी जाती है। इस प्रकार, साम्यावस्था पर निर्मित X के मोलों की संख्या $\beta_{equilibrium}$ है। अभिक्रिया 2 bar के स्थिर कुल दाब पर की जाती है। मान लें कि गैसें आदर्श व्यवहार करती हैं। (दिया गया है: $R = 0.083$ L bar K^{-1} mol^{-1})

Q.33 298 K पर इस अभिक्रिया का $\beta_{equilibrium}$ के पद में साम्यावस्था स्थिरांक (equilibrium constant) K_P क्या होगा?

(A) $\dfrac{8\beta^2_{equilibrium}}{2-\beta_{equilibrium}}$ (B) $\dfrac{8\beta^2_{equilibrium}}{4-\beta^2_{equilibrium}}$ (C) $\dfrac{4\beta^2_{equilibrium}}{2-\beta_{equilibrium}}$ (D) $\dfrac{4\beta^2_{equilibrium}}{4-\beta^2_{equilibrium}}$

Q.34 इस अभिक्रिया के लिये निम्न में से **असत्य** कथन है

(A) कुल दाब के घटने के परिणाम स्वरूप गैसीय X के अधिक मोल बनेंगे

(B) अभिक्रिया के प्रारम्भ में गैसीय X_2 का वियोजन स्वतः प्रवर्तित (spontaneous) होता है

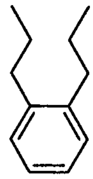
(C) $\beta_{equilibrium} = 0.7$

(D) $K_C < 1$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

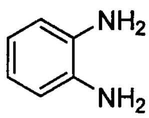
अनुच्छेद 2

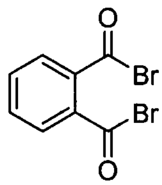
यौगिक **O** की $KMnO_4/H^+$ से क्रिया ने **P** दिया, जिसने अमोनिया के साथ गर्म करने पर **Q** दिया। यौगिक **Q** ने Br_2/NaOH के साथ क्रिया करने पर **R** उत्पादित किया। प्रबल रूप से गर्म करने पर **Q** ने **S** दिया जिसने एथिल 2-ब्रोमोप्रोपेनोओट (ethyl 2-bromopropanoate) के साथ KOH की उपस्थिति में आगे क्रिया की जिसके पश्चात अम्लीकरण ने यौगिक **T** दिया।

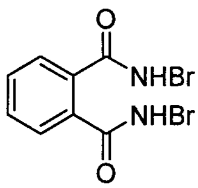


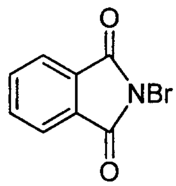
(O)

Q.35 यौगिक **R** है

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

Q.36 यौगिक **T** है

(A) ग्लाइसीन (glycine)

(B) एलानीन (alanine)

(C) वैलीन (valine)

(D) सेरीन (serine)

भाग II : रसायन विज्ञान का अंत

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

भाग III : गणित

खंड 1 (अधिकतम अंक : 18)

- इस खंड में **छह** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें **केवल एक** ही सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

  पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

  शून्य अंक : 0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है।

  ऋण अंक : −1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

Q.37 माना कि $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 16 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ और I तीन कोटि (order 3) का तत्समक आव्यूह (identity matrix) है। यदि $Q = [q_{ij}]$ एक आव्यूह इस प्रकार है कि $P^{50} - Q = I$ है, तब $\dfrac{q_{31} + q_{32}}{q_{21}}$ का मान है

(A) 52 (B) 103 (C) 201 (D) 205

Q.38 क्षेत्र (region) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq \sqrt{|x+3|}, 5y \leq x + 9 \leq 15\}$ का क्षेत्रफल (area) है

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{5}{3}$

Q.39 $\displaystyle\sum_{k=1}^{13} \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{(k-1)\pi}{6}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{6}\right)}$ का मान है

(A) $3 - \sqrt{3}$ (B) $2(3 - \sqrt{3})$ (C) $2(\sqrt{3} - 1)$ (D) $2(2 + \sqrt{3})$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.40 माना कि $i = 1, 2, \ldots, 101$ के लिए $b_i > 1$ है। मान लीजिए कि $\log_e b_1, \log_e b_2, \ldots, \log_e b_{101}$ सार्वअंतर (common difference) $\log_e 2$ वाली समांतर श्रेणी (A.P.) में हैं। मान लीजिये कि $a_1, a_2, \ldots, a_{101}$ समांतर श्रेणी में इस प्रकार हैं कि $a_1 = b_1$ तथा $a_{51} = b_{51}$. यदि $t = b_1 + b_2 + \cdots + b_{51}$ तथा $s = a_1 + a_2 + \cdots + a_{51}$ हैं, तब

(A) $s > t$ और $a_{101} > b_{101}$

(B) $s > t$ और $a_{101} < b_{101}$

(C) $s < t$ और $a_{101} > b_{101}$

(D) $s < t$ और $a_{101} < b_{101}$

Q.41 $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 \cos x}{1+e^x} dx$ का मान है

(A) $\frac{\pi^2}{4} - 2$

(B) $\frac{\pi^2}{4} + 2$

(C) $\pi^2 - e^{\frac{\pi}{2}}$

(D) $\pi^2 + e^{\frac{\pi}{2}}$

Q.42 माना कि बिन्दु $(3, 1, 7)$ का, समतल $x - y + z = 3$ के सापेक्ष (with respect to), प्रतिबिम्ब (image) P है। तब बिन्दु P से गुजरने वाले और सरल रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ को धारण करने वाले समतल का समीकरण है

(A) $x + y - 3z = 0$

(B) $3x + z = 0$

(C) $x - 4y + 7z = 0$

(D) $2x - y = 0$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 2 (अधिकतम अंक : 32)

- इस खंड में **आठ** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के **चार** उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सारे सही उत्तर (उत्तरों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे:**

पूर्ण अंक	:	+4	यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है।
आंशिक अंक	:	+1	**प्रत्येक सही विकल्प** के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला **नहीं** किया है।
शून्य अंक	:	0	यदि किसी भी बुलबुले को काला **नहीं** किया है।
ऋण अंक	:	−2	अन्य सभी परिस्थितियों में।

- उदाहरण : यदि एक प्रश्न के सारे सही उत्तर विकल्प (A), (C) और (D) हैं, तब इन तीनों के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +4 अंक मिलेंगें; सिर्फ (A) और (D) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर +2 अंक मिलेंगें; तथा (A) और (B) के अनुरूप बुलबुलों को काले करने पर −2 अंक मिलेंगे क्योंकि एक गलत विकल्प के अनुरूप बुलबुले को भी काला किया गया है।

Q.43 माना कि $a, b \in \mathbb{R}$ और $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = a\cos(|x^3 - x|) + b|x|\sin(|x^3 + x|)$ से परिभाषित है। तब f

(A) $x = 0$ पर अवकलनीय (differentiable) है यदि $a = 0$ और $b = 1$

(B) $x = 1$ पर अवकलनीय है यदि $a = 1$ और $b = 0$

(C) $x = 0$ पर अवकलनीय **नहीं** है यदि $a = 1$ और $b = 0$

(D) $x = 1$ पर अवकलनीय **नहीं** है यदि $a = 1$ और $b = 1$

Q.44 माना कि सभी $x > 0$ के लिए $f(x) = \lim_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^n(x+n)(x+\frac{n}{2})\cdots(x+\frac{n}{n})}{n!(x^2+n^2)(x^2+\frac{n^2}{4})\cdots(x^2+\frac{n^2}{n^2})}\right)^{\frac{x}{n}}$ है। तब

(A) $f\left(\frac{1}{2}\right) \geq f(1)$

(B) $f\left(\frac{1}{3}\right) \leq f\left(\frac{2}{3}\right)$

(C) $f'(2) \leq 0$

(D) $\dfrac{f'(3)}{f(3)} \geq \dfrac{f'(2)}{f(2)}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.45 माना कि $f:\mathbb{R}\rightarrow(0,\infty)$ और $g:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ऐसे दो बार अवकलनीय (twice differentiable) फलन हैं कि $\mathbb{R}$ पर f'' और g'' संतत (continuous) फलन हैं। मान लीजिये कि $f'(2)=g(2)=0$, $f''(2)\neq 0$ और $g'(2)\neq 0$ हैं। यदि $\lim_{x\rightarrow 2}\frac{f(x)g(x)}{f'(x)g'(x)}=1$ है, तब

(A) $x=2$ पर f का स्थानीय निम्नतम (local minimum) है

(B) $x=2$ पर f का स्थानीय उच्चतम (local maximum) है

(C) $f''(2)>f(2)$

(D) कम से कम एक $x\in\mathbb{R}$ के लिए $f(x)-f''(x)=0$ है

Q.46 माना कि $\mathbb{R}^3$ में $\hat{u}=u_1\hat{i}+u_2\hat{j}+u_3\hat{k}$ एक मात्रक सदिश (unit vector) है और $\hat{w}=\frac{1}{\sqrt{6}}(\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})$ है। दिया हुआ है कि $\mathbb{R}^3$ में सदिश $\vec{v}$ का अस्तित्व इस प्रकार है कि $|\hat{u}\times\vec{v}|=1$ और $\hat{w}\cdot(\hat{u}\times\vec{v})=1$ है। निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन सही है (हैं)?

(A) इस प्रकार के $\vec{v}$ के लिए ठीक एक (exactly one) चयन संभव है

(B) इस प्रकार के $\vec{v}$ के लिए अनन्त (infinitely many) चयन संभव हैं

(C) यदि $\hat{u}$ xy-समतल पर है तब $|u_1|=|u_2|$ है

(D) यदि $\hat{u}$ xz-समतल पर है तब $2|u_1|=|u_3|$ है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.47 माना कि परवलय (parabola) $y^2 = 4x$ पर P एक ऐसा बिन्दु है जो वृत्त $x^2 + y^2 - 4x - 16y + 64 = 0$ के केन्द्र बिंदु S से न्यूनतम दूरी पर है। माना कि वृत्त पर बिन्दु Q ऐसा है कि वह रेखाखंड SP को आंतरिक विभाजित करता है। तब

(A) $SP = 2\sqrt{5}$

(B) $SQ : QP = (\sqrt{5}+1) : 2$

(C) परवलय के बिंदु P पर अभिलम्ब (normal) का x-अंतःखंड 6 है

(D) वृत्त के बिन्दु Q पर स्पर्शरेखा की ढाल (slope) $\frac{1}{2}$ है

Q.48 माना कि $a, b \in \mathbb{R}$ और $a^2 + b^2 \neq 0$ है। मान लीजिए कि $S = \left\{ z \in \mathbb{C} : z = \frac{1}{a + ibt}, t \in \mathbb{R}, t \neq 0 \right\}$, जहाँ $i = \sqrt{-1}$ है। यदि $z = x + iy$ और $z \in S$ है, तब (x, y)

(A) उस वृत्त पर है जिसकी त्रिज्या $\frac{1}{2a}$ और केंद्र बिन्दु $\left(\frac{1}{2a}, 0\right)$ है जब $a > 0, b \neq 0$

(B) उस वृत्त पर है जिसकी त्रिज्या $-\frac{1}{2a}$ और केंद्र बिन्दु $\left(-\frac{1}{2a}, 0\right)$ है जब $a < 0, b \neq 0$

(C) x-अक्ष पर है जब $a \neq 0, b = 0$

(D) y-अक्ष पर है जब $a = 0, b \neq 0$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

Q.49 माना कि $a, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$ हैं। इन रैखिक समीकरणों के निकाय (system of linear equations) पर विचार कीजिए

$$ax + 2y = \lambda$$
$$3x - 2y = \mu$$

निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन सही है (हैं)?

(A) यदि $a = -3$, तब λ और μ के सभी मानों के लिए निकाय के अनन्त (infinitely many) हल हैं

(B) यदि $a \neq -3$, तब λ और μ के सभी मानों के लिए निकाय का अद्वितीय (unique) हल है

(C) यदि $\lambda + \mu = 0$, तब $a = -3$ के लिए निकाय के अनन्त हल हैं

(D) यदि $\lambda + \mu \neq 0$, तब $a = -3$ के लिए निकाय का कोई हल नहीं है

Q.50 माना कि फलन $f:\left[-\frac{1}{2}, 2\right] \to \mathbb{R}$ और $g:\left[-\frac{1}{2}, 2\right] \to \mathbb{R}$, $f(x) = [x^2 - 3]$ और $g(x) = |x|f(x) + |4x - 7|f(x)$ से परिभाषित हैं, जहाँ $y \in \mathbb{R}$ के लिए y से कम या y के बराबर के महत्तम पूर्णांक (greatest integer less than or equal to y) को $[y]$ द्वारा दर्शाया गया है। तब

(A) $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$ में f ठीक तीन (exactly three) बिन्दुओं पर असंतत (discontinuous) है

(B) $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$ में f ठीक चार (exactly four) बिन्दुओं पर असंतत है

(C) $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ में g ठीक चार (exactly four) बिन्दुओं पर अवकलनीय (differentiable) नहीं है

(D) $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ में g ठीक पाँच (exactly five) बिन्दुओं पर अवकलनीय (differentiable) नहीं है

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)

- इस खंड में **दो** अनुच्छेद हैं।
- प्रत्येक अनुच्छेद पर **दो** प्रश्न दिए गयें हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर विकल्प (A), (B), (C) और (D) हैं जिनमें **केवल एक** ही सही है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए ओ.आर.एस. पर सही उत्तर विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करें।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए अंक निम्नलिखित परिस्थितियों में से **किसी एक के अनुसार दिये जाएंगे**:

पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है।

शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में।

अनुच्छेद 1

फुटबॉल दलों T_1 और T_2 को एक दूसरे के विरुद्ध दो खेल (games) खेलने हैं। यह मान लिया गया है कि दोनों खेलों के परिणाम एक दूसरे पर निर्भर नहीं करते। दल T_1 के दल T_2 के विरुद्ध एक खेल में जीतने, बराबर होने और हारने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}$ और $\frac{1}{3}$ हैं। प्रत्येक दल जीतने पर 3 अंक, बराबरी पर 1 अंक और हारने पर 0 अंक अर्जित करता है। माना कि दो खेलों के पश्चात दल T_1 और दल T_2 के द्वारा अर्जित कुल अंक क्रमशः X और Y हैं।

Q.51 $P(X>Y)$ का मान है

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{7}{12}$

Q.52 $P(X=Y)$ का मान है

(A) $\frac{11}{36}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{13}{36}$ (D) $\frac{1}{2}$

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

अनुच्छेद 2

माना कि $F_1(x_1, 0)$ और $F_2(x_2, 0)$ (जिसमें $x_1 < 0, x_2 > 0$) दीर्घवृत्त (ellipse) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$ की नाभियाँ (Foci) हैं। माना कि एक परवलय (parabola) जिसका शीर्ष (vertex) मूलबिन्दु (origin) पर और नाभि (focus) F_2 पर है, दीर्घवृत्त को प्रथम चतुर्थांश (first quadrant) में M पर और चतुर्थ चतुर्थांश (fourth quadrant) में N पर प्रतिच्छेदित करता है।

Q.53 त्रिभुज F_1MN का लंबकेन्द्र (orthocentre) है

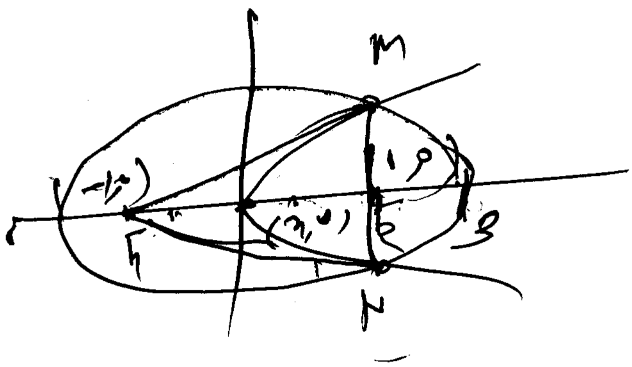
(A) $\left(-\frac{9}{10}, 0\right)$ (B) $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ (C) $\left(\frac{9}{10}, 0\right)$ (D) $\left(\frac{2}{3}, \sqrt{6}\right)$

Q.54 यदि दीर्घवृत्त के बिन्दुओं M और N पर स्पर्शरेखाएँ (tangents) R पर मिलती हैं और परवलय के बिन्दु M पर अभिलंब x-अक्ष को Q पर मिलता है, तब त्रिभुज MQR के क्षेत्रफल और चतुर्भुज (quadrilateral) MF_1NF_2 के क्षेत्रफल का अनुपात (ratio) है

(A) 3 : 4 (B) 4 : 5 (C) 5 : 8 (D) 2 : 3

प्रश्नपत्र का अंत

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान



कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

कच्चे काम (ROUGH WORK) के लिए खाली स्थान

$\int_0^{\pi/2} x^2 \cos x \, dx$

$x^2 \sin x - \int 2x \sin x \, dx$

$- \left[-2x \cos x + \int 2 \cos x \right]$

$\left[x^2 \sin x + 2x \cos x + 2 \sin x \right]_0^{\pi/2}$

$\frac{\pi^2}{2} + 2$

$\frac{\alpha - 3}{1} = \frac{\beta - 1}{-1} = \frac{\gamma - 7}{1} = -2\left[\frac{-6}{3}\right]$

$\alpha = -1, \quad \beta = 5, \quad \gamma = 3$

$P^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 16 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 16 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 0 \\ 48 & 8 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 0 \\ 48 & 8 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 16 & 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 12 & 1 & 0 \\ 96 & 12 & 1 \end{bmatrix}$

P^4

160 × 12

$160 \times 12 = 1920$

1820

168

$P^4 = 1$

96
48
16

160

कोड 9

प्रश्नपत्र का प्रारूप एवं अंकन योजना

20. इस प्रश्नपत्र में तीन भाग हैं : भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित ।

21. प्रत्येक भाग में तीन खंड है जिनका विवरण निम्नलिखित तालिका में दिया गया है।

खंड	प्रश्न का प्रकार	प्रश्नों की संख्या	वर्गानुसार प्रत्येक प्रश्न के अंक				खंड में अधिकतम अंक
			पूर्ण अंक	आंशिक अंक	शून्य अंक	ऋण अंक	
1	एकल सही विकल्प	6	+3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है	—	0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है	–1 अन्य सभी परिस्थितियों में	18
2	एकल या एक से अधिक सही विकल्प	8	+4 यदि सिर्फ सारे सही विकल्प (विकल्पों) के अनुरूप बुलबुले (बुलबुलों) को काला किया है	+1 प्रत्येक सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला करने पर, यदि कोई गलत विकल्प काला नहीं किया है	0 यदि किसी भी बुलबुले को काला नहीं किया है	–2 अन्य सभी परिस्थितियों में	32
3	अनुच्छेद प्रकार	4	+3 यदि सिर्फ सही विकल्प के अनुरूप बुलबुले को काला किया है	—	0 अन्य सभी परिस्थितियों में	—	12

परीक्षार्थी का नाम ....Rithik Singh....

रोल नंबर ....2048289....

मैंने सभी निर्देशों को पढ़ लिया है और मैं उनका अवश्य पालन करूँगा/करूँगी

RiHls

परीक्षार्थी के हस्ताक्षर

मैंने परीक्षार्थी के परिचय, नाम और रोल नंबर को पूरी तरह जाँच लिया है एवं प्रश्न पत्र और ओ.आर.एस. कोड दोनों समान हैं।

निरीक्षक के हस्ताक्षर

SEAL

SEAL